

# Procedimientos de alineación de escalas para la Prueba de Ciencias



Comité Técnico Asesor  
Consejo de Rectores de las  
Universidades Chilenas

**H.Consejo de Rectores  
de las Universidades Chilenas**

Alameda 1371, 4º piso, Santiago.

Casilla 14798 - Fono: (2) 6964286 - Fax: (2) 6988436

e-mail: **cruch@cruch.cl**

página web: **<http://www.cruch.cl>**

# Documentos Técnicos

Procedimientos de  
alineación de escalas  
para la Prueba de  
Ciencias

Septiembre 2010

**Comité Técnico Asesor**  
Consejo de Rectores  
de las Universidades  
Chilenas  
[www.cta-psu.cl](http://www.cta-psu.cl)



## Autores del Estudio

### **Guido del Pino Manresa**

---

Profesor Titular  
Departamento de Estadística  
Facultad de Matemáticas  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
gdelpino@mat.puc.cl

### **David Bravo Urrutia**

---

Profesor y Director Centro de Microdatos  
Departamento de Economía  
Universidad de Chile  
dbravo@econ.uchile.cl

### **Graciela Donoso Retamales**

---

Experta en Medición Educacional  
Ex Jefa Unidad de Estudios e Investigación  
DEMRE, Universidad de Chile  
gradonoret@vtr.net

### **Jorge Manzi Astudillo**

---

Profesor Titular y Director Centro de Medición  
MIDE UC  
Escuela de Psicología  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
jmanzi@puc.cl

### **Manuel Martínez Martínez**

---

Profesor Titular  
Facultad de Química y Biología  
Universidad de Santiago de Chile  
manuel.martinez@usach.cl

### **Raúl Pizarro Sánchez**

---

Profesor Titular  
Facultad de Ciencias de la Educación  
Universidad de Playa Ancha de Ciencias  
de la Educación  
rpizarro@upla.cl



# Tabla de Contenidos

<b>I.</b>	Introducción	6
<b>II.</b>	Alineación de las escalas de los puntajes	10
<b>III.</b>	Consideraciones básicas	13
	III.1. Alineamiento de escalas en la Prueba de Ciencias	13
	III.2. Diferencias de habilidad entre los grupos	14
<b>IV.</b>	Curvas características empíricas suavizadas	22
	IV.1. Alineamiento de escalas local	23
	IV.2. Ideas Generales sobre Métodos de Escalamiento basados en las CCET	24
	IV.3. Ilustración de las CCET Lineales por Tramos en la PSU-Ciencias	27
<b>V.</b>	Método de Alineamiento de escalas CCET	32
	V.1. Preliminares.	32
	V.2. Explicación geométrica e ilustración del método CCET	44
<b>VI.</b>	Otras soluciones posibles	52
	VI.1. Método IRT	52
	VI.2. Procedimiento propuesto por Hernández y Lacourly (2005)	54
<b>VII.</b>	Conclusiones	56
	Referencias	58
	Anexo	61
	A.1. Modelos lineales por tramos	63
	A.2. Interpolación	65
	A.3. El procedimiento de alineamiento de escalas CCE2	66
	A.4. Tratamiento de los valores extremos	67



# I. Introducción<sup>1</sup>

---

PSU  
6

Las 25 universidades agrupadas en el Consejo de Rectores de las Universidades Chilenas emplean por mandato legal un conjunto común de factores de selección que en la actualidad incluye a 4 pruebas más las notas de enseñanza media. Las pruebas, denominadas Pruebas de Selección Universitaria (PSU), reemplazaron a partir de la admisión 2004 a las pruebas precedentes, que incluían 3 pruebas obligatorias (Prueba de Aptitud Académica Verbal, Prueba de Aptitud Académica Matemática y Prueba de Historia de Chile) además de 5 pruebas opcionales (Pruebas de Conocimientos Específicos en Matemática, Biología, Física, Química y Ciencias Sociales). Las PSU están conformadas por 2 pruebas obligatorias (Matemática y Lenguaje y Comunicación) a las que se agregan 2 opcionales (Ciencias e Historia y Ciencias Sociales), una de las cuales debe ser incluida como factor de selección en cada carrera universitaria.

En el caso de la Prueba de Selección Universitaria de Ciencias, los postulantes deben rendir un módulo común y uno de los tres módulos electivos que ésta contiene. El módulo común está compuesto por 18 preguntas de Biología, 18

---

**1** El Comité Técnico Asesor desea agradecer la valiosa colaboración prestada para la elaboración de este documento por Angélica Bosch y Valeria Signorini, quienes se han desempeñado como asistentes de investigación. Se agradecen también los comentarios y la colaboración de María Teresa Marshall, directora ejecutiva del H.Consejo de Rectores

de Física y 18 de Química, referidas al marco curricular común hasta segundo año de enseñanza media. Los módulos electivos corresponden a Biología, Física y Química, y cada uno de ellos está compuesto por 26 preguntas basadas en el marco curricular de toda la enseñanza media. Cada postulante rinde así una prueba de Ciencias-Biología, o Ciencias-Física o Ciencias-Química de 80 preguntas cada una. Independientemente del bloque específico escogido, el H. Consejo de Rectores acordó<sup>2</sup> entregar a los postulantes y las universidades un puntaje único para la prueba de Ciencias, sin diferenciar el módulo electivo rendido.

El presente documento analiza los aspectos técnicos relativos a la asignación de puntajes en la prueba de Ciencias, lo que necesariamente requiere del empleo de un procedimiento de homologación de puntajes en los distintos módulos electivos. Siguiendo la nomenclatura de Kolen y Brennan (2004) esta homologación corresponde a un proceso de *Equating* (Equiparación de Puntajes) o de *Linking* (alineamiento de escalas), dependiendo del cumplimiento de ciertos supuestos subyacentes y el tipo de afirmaciones que se consideren válidas.

La estructura de la prueba de Ciencias plantea la necesidad de realizar algunas adaptaciones o innovaciones a los procedimientos disponibles en la literatura para tratar este tipo de situaciones. En consecuencia, el objetivo del presente trabajo es describir una metodología que permite transformar los puntajes originales que obtienen los postulantes que rinden los distintos módulos electivos, a una escala común que habilite la realización de comparaciones entre los resultados. Cumplir con el propósito antes expuesto supone tomar en cuenta los siguientes tres aspectos relevantes:

---

2 En sesión de Agosto de 2002.

1. Los contenidos de los módulos electivos son claramente distintos entre sí. Aunque ellos pueden medir en gran parte cierta “habilidad científica general”, la situación se aparta del contexto habitual en que se aplican las técnicas de equating y corresponden más bien a un alineamiento de escalas, término que se usa en el resto del documento. Cabe destacar que los métodos de equating y escalamiento son esencialmente idénticos entre sí.
2. Dado que cada módulo electivo está compuesto por preguntas de disciplinas diferentes, aunque se intente ensamblarlas con grados de dificultad similares es natural que una vez aplicadas las pruebas, esto no se mantenga, producto de las diferencias en el constructo medido por cada módulo.
3. Si se clasifica a la población de todos los postulantes según el módulo electivo rendido, se obtienen tres subpoblaciones. Cada subpoblación se puede identificar con el módulo electivo, hablándose así de la subpoblación de Biología en vez de la *subpoblación de todos los postulantes que eligieron el módulo electivo de Biología*, y análogamente para Física y Química. El Cuadro 1 que se presenta a continuación muestra el porcentaje de inscritos por módulo y año, quedando en evidencia que más de la mitad de los postulantes (alrededor del 55%) elige el módulo de Biología. En la sección 3.2 (Cuadros 2, 3 y 4) se muestra la existencia de claras diferencias de rendimiento entre las subpoblaciones de Biología, Física y Química.

**CUADRO N°1 / PORCENTAJE DE ALUMNOS QUE RINDE CADA MÓDULO ELECTIVO**

	Biología	Física	Química
<b>Admisión 2005</b>	57,8%	22,0%	20,2%
<b>Admisión 2006</b>	56,0%	21,4%	22,6%
<b>Admisión 2007</b>	55,0%	20,4%	24,6%
<b>Admisión 2008</b>	53,7%	20,2%	26,1%
<b>Admisión 2009</b>	55,3%	19,9%	24,8%

Para efectos de lo que sigue, los puntajes alcanzados en la parte común y en el módulo electivo se denominarán *puntaje común* (*pcomún*) y *puntaje electivo* (*pelec*) respectivamente, reportándose públicamente solo el puntaje total, es decir la suma de los anteriores.

# Alineación de

## II. las escalas de los puntajes

Es común en medición educacional emplear por lo menos dos formas equivalentes de un mismo test en cada proceso de recolección de datos. Los métodos de alineamiento de escalas son ampliamente aplicados internacionalmente con el propósito de equiparar formas alternativas de un mismo test. Incluso si las formas incluyeran los mismos ítemes y solo difirieran en el orden de aparición, suele ocurrir que una forma resulte empíricamente más difícil que otra. El resultado final que buscan estos métodos es transformar los puntajes de cada forma, de modo que queden en una escala común. Habitualmente ella corresponde a la de una de las formas, en cuyo caso los puntajes de los postulantes que la rinden permanecen invariantes, mientras que los de aquellos que rinden las otras versiones pueden subir o bajar.

Cabe resaltar la unanimidad que existe entre los expertos en medición educacional sobre la necesidad de aplicar algún método de alineamiento de escalas, aunque haya diversidad de opiniones sobre cuál de los diversos métodos deba ser utilizado. Las principales referencias son los textos de Kolen y Brennan (2004), Holland y Rubin (1982), von Davier, Holland y Thayer (2004) y Dorans, Pommerich y Holland (2007).

Aunque Kolen y Brennan (2004) recomiendan utilizar la mayor cantidad posible de métodos de alineamiento de escalas y examinar sus diferencias, tal estrategia es imposible de implementar en el contexto de las PSU, donde el proceso de alineamiento de escalas debe realizarse en un lapso muy breve. A lo anterior se agrega que las diferencias que se obtienen al aplicar los distintos métodos a los datos de la PSU son más bien menores.

Cuando las distintas formas de un test se aplican a una misma población, los métodos de alineamiento de escalas son relativamente sencillos. La situación se complica cuando ellas se aplican a poblaciones distintas, en cuyo caso la única solución conocida es diseñar las formas de modo que compartan ciertos ítemes, a los que se denomina *ítemes comunes* o *ítemes de anclaje*.

Dadas las diferencias de habilidad entre Biología, Física y Química, la estructura de la prueba de Ciencias conduce a buscar diseños para la situación conocida como *grupos no equivalentes con preguntas comunes*.

Para aplicar un método de alineamiento de escalas, se conceptualiza la prueba de Ciencias como 3 tests distintos de 80 preguntas cada uno, que tienen 54 ítemes comunes y que solo difieren en los 26 ítemes electivos de Biología, Física o Química. Un aspecto positivo es que el altísimo número de ítemes comunes (54) y la composición de ellos (18 de Biología, 18 de Física y 18 de Química), permite medir con una buena precisión la habilidad general de los examinados en las tres disciplinas y, por lo tanto, genera un punto de referencia para poner los puntajes de las tres pruebas en la misma escala.

Las opciones de alineamiento de escalas son múltiples y algunas de las más usadas se pueden encontrar en Kolen y Brennan (2004). Entre

otros, mencionamos los métodos lineales de Levine y de Tucker, el del equipercentil, el del equipercentil en cadena, y la familia de métodos de *Teoría de Respuesta al Ítem (IRT)*.

Los métodos lineales son algo difíciles de justificar en un contexto de pruebas de gran escala. Por otra parte, en términos muy generales, la idea base de los métodos de equipercentil es declarar equivalentes a puntajes que corresponden a una misma posición relativa en dos pruebas. Los métodos IRT, por otro lado, constituyen un referente y descansan en un modelo estadístico que pone en una misma escala las “habilidades” de los postulantes y las “dificultades” de los ítemes, donde los términos entre comillas tienen un significado técnico. La validez del método IRT está vinculada a la del método estadístico que le sirve de base.



# III. Consideraciones básicas

## III.1. Alineamiento de escalas en la Prueba de Ciencias

Como se mencionara anteriormente, la asignación de puntaje en la Prueba de Ciencias corresponde a un proceso de alineamiento de escalas; por otra parte, dado que solamente las preguntas de los módulos electivos son distintas y que todos los postulantes rinden el módulo común, resulta natural que este proceso se restrinja a la parte electiva, lo que motiva el enfoque usado.

Un punto positivo de este enfoque es su coherencia conceptual con el enfoque IRT, no obstante lo cual cabe mencionar que existen alternativas razonables en que los puntajes comunes también sufren modificaciones por el procedimiento de alineamiento de escalas. La idea, entonces, es homologar los puntajes electivos de Biología, Física y Química, poniéndolos en una misma escala. Como después de esto hay que sumar el puntaje electivo transformado al puntaje común, se mantiene la escala original del módulo electivo entre: -6,25 (todas las respuestas incorrectas) y +26 (todas las respuestas correctas).

Por simplicidad, se elige uno de los módulos como referencia, en cuyo caso los puntajes de los que rinden dicho módulo no son modificados por el alineamiento de escalas.

## III.2. Diferencias de habilidad entre los grupos

Como ya se adelantó en la sección 1, existen importantes diferencias de habilidad entre las subpoblaciones que rinden los distintos módulos electivos.

En virtud de la estructura de la prueba, lo más natural es medir la habilidad a través de los puntajes comunes. Las comparaciones se realizan entre las subpoblaciones que rinden Biología, Física y Química, separadamente para cada proceso de admisión entre 2005 y 2009 y se muestran en los tres cuadros siguientes. Se debe notar que la prueba correspondiente a un año de admisión se toma en Diciembre del año anterior. En lo sucesivo empleamos indistintamente el año, la Admisión y la PSU de ese año.

El Cuadro 2 muestra los promedios y desviaciones estándar, siendo lo más llamativo que, en orden ascendente, los promedios de los puntajes comunes se ordenan del siguiente modo: Biología, Física y Química. Por ejemplo, para el año 2009 los promedios son 12,22; 17,35 y 20,17. Dado que extraer conclusiones basadas exclusivamente en un análisis de los promedios suele ser engañoso, la información sobre las diferencias de habilidad se complementa con dos cuadros adicionales.

**CUADRO N°2 / MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL PUNTAJE COMÚN Y EL PUNTAJE ELECTIVO, SEPARADO POR MÓDULO ELECTIVO, AÑO Y PRUEBA ELECTIVA**

	Puntaje	Biología			Física			Química		
		Media	Desv. Est.	N°	Media	Desv. Est.	N°	Media	Desv. Est.	N°
<b>Admisión 2005</b>	Común	11,23	10,22	54450	15,30	11,15	20721	17,47	11,58	18966
	Electivo	7,17	5,90	54450	6,67	6,10	20721	9,97	6,79	18966
<b>Admisión 2006</b>	Común	12,24	10,8	55736	15,86	11,56	21246	18,75	12,1	22540
	Electivo	4,98	5,01	55736	6,37	6	21246	7,32	7,15	22540
<b>Admisión 2007</b>	Común	11,79	11,06	62387	16,00	11,98	23264	18,91	12,59	27877
	Electivo	6,71	5,41	62387	8,25	6,24	23264	8,55	7,3	27877
<b>Admisión 2008</b>	Común	10,67	11,45	64751	15,48	12,45	24339	18,67	13,43	31558
	Electivo	6,12	6,53	64751	8,05	6,53	24339	8,19	7,23	31558
<b>Admisión 2009</b>	Común	12,22	11,27	76549	17,35	12,39	27606	20,17	13,46	34409
	Electivo	5,98	5,52	76549	5,72	6,87	27606	6,79	6,14	34409

El Cuadro 3 muestra las frecuencias porcentuales acumuladas, para valores seleccionados de los puntajes comunes. Examinemos, por ejemplo, el año 2009 y un puntaje común de 15. Los porcentajes en cada subpoblación que obtienen un puntaje común menor o igual a 15 son 71,21% para Biología, 51,84% para Física y 43,45% para Química. De manera equivalente, los porcentajes que exceden 15 puntos (cuanto más alto mejor) son 28,79%; 48,16% y 56,55%, respectivamente. Si se repite el análisis para cada uno de los puntajes comunes, se generan tres columnas y dentro de cada fila el orden es decreciente. Se puede apreciar que lo mismo ocurre para todos los años. Esto entrega un respaldo cuantitativo y una formulación precisa a la afirmación estadística de que las subpoblaciones de Biología, Física y Química están en orden creciente de habilidad.

El Cuadro 4 muestra algunos percentiles seleccionados. Examinando nuevamente el año 2009 y concentrándonos en el percentil 50, es decir, la mediana, se obtienen los puntajes 9,00, 14,50 y 17,50 para Biología, Física y Química, respectivamente. En general, este orden se preserva para cada uno de los demás percentiles y años, lo que es coherente con las conclusiones obtenidas a partir del Cuadro 3. Finalmente hacemos notar que, en el lenguaje de percentiles, el ejemplo discutido sobre el Cuadro 3 se traduce en que 15 puntos en el módulo electivo es, simultáneamente, el percentil 71 para Biología, el percentil 52 para Física y el percentil 43 para Química (en valores redondeados a 0 decimales).

**CUADRO N°3 / FRECUENCIAS PORCENTUALES ACUMULADAS PARA EL PUNTAJE COMÚN SEPARADA POR MÓDULO ELECTIVO**

**CUADRO N°3a / FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADA PARA EL PUNTAJE COMÚN SEPARADA POR MÓDULO ELECTIVO. ADMISIÓN 2005.**

Score Común	Porcentaje acumulado		
	Biología	Física	Química
0	4,75	2,37	2,11
5	26,98	15,82	13,41
10	51,36	36,24	31,75
15	67,64	53,72	49,17
20	78,07	67,37	63,58
25	85,36	77,89	74,94
30	90,46	85,57	83,32
35	94,47	91,64	90,47
40	97,27	96,09	95,44
45	99,18	98,88	98,66
50.5	99,98	99,98	99,98

**CUADRO N°3b / FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADA PARA EL PUNTAJE COMÚN SEPARADA POR MÓDULO ELECTIVO. ADMISIÓN 2006.**

Score Común	Porcentaje acumulado		
	Biología	Física	Química
0	5,58	2,88	1,93
5	28,45	17,05	11,57
10	53,28	38,12	28,00
15	70,16	56,00	44,81
20	80,33	69,60	59,89
25	87,08	79,27	71,79
30	91,67	86,49	80,80
35	95,02	91,82	88,10
40	97,19	95,78	93,44
45	98,73	98,20	97,27
50	99,71	99,66	99,35

**CUADRO N°3c / FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADA PARA EL PUNTAJE COMÚN SEPARADA POR MÓDULO ELECTIVO. ADMISIÓN 2007**

Score Común	Porcentaje acumulado		
	Biología	Física	Química
0	7,94	3,68	2,47
5	32,60	18,63	13,29
10	55,58	38,99	29,49
15	70,83	55,66	45,13
20	80,37	68,50	58,85
25	86,79	78,12	69,89
30	91,39	85,14	79,12
35	94,78	90,74	86,68
40	97,27	95,12	92,61
45	98,97	98,19	97,13
50	99,89	99,78	99,65

**CUADRO N°3d / FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADA PARA EL PUNTAJE COMÚN SEPARADA POR MÓDULO ELECTIVO. ADMISIÓN 2008**

Score Común	Porcentaje acumulado		
	Biología	Física	Química
0	11,78	4,71	3,84
5	39,71	21,76	16,31
10	61,39	41,91	32,02
15	74,22	58,15	47,04
20	82,30	70,32	59,78
25	87,83	78,82	70,31
30	91,76	85,48	78,49
35	94,67	90,62	85,30
40	96,84	94,50	91,09
45	98,53	97,26	95,72
50	99,60	99,26	98,69

**CUADRO N°3e / FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADA PARA EL PUNTAJE COMÚN SEPARADA POR MÓDULO ELECTIVO. ADMISIÓN 2009**

Score Común	Porcentaje acumulado		
	Biología	Física	Química
0	5,58	2,15	1,77
5	29,51	15,21	11,67
10	54,88	34,44	27,37
15	71,21	51,84	43,45
20	80,84	65,33	56,75
25	86,85	75,23	67,28
30	90,93	82,61	75,96
35	93,97	88,67	83,13
40	96,26	93,51	89,15
45	98,07	96,92	94,25
50	99,40	99,19	98,13

**CUADRO N°4 / PERCENTILES DE LOS PUNTAJES COMÚN, POR MÓDULO ELECTIVO**

**CUADRO N°4a / PERCENTILES DEL PUNTAJE COMÚN, POR MÓDULO ELECTIVO, ADMISIÓN 2005**

Percentil	Biología	Física	Química
0	-13.25	-7.00	-6.25
1	-2.25	-1.25	-1.00
5	0.25	1.75	2.00
10	1.75	3.50	4.00
15	2.75	5.00	5.75
20	3.75	6.25	7.00
25	4.75	7.50	8.25
30	5.75	8.50	9.50
35	6.50	9.75	11.00
40	7.50	11.00	12.25
45	8.75	12.50	14.00
50	9.75	14.00	15.25
55	11.00	15.50	17.00
60	12.50	17.25	18.75
65	14.25	19.25	20.75
70	16.00	21.25	22.75
75	18.50	23.50	25.25
80	21.25	26.25	28.00
85	24.75	29.75	31.25
90	29.75	33.50	34.75
95	36.00	38.50	39.50
99	44.50	45.50	45.75
100	53.00	51.75	51.75

**CUADRO N°4b / PERCENTILES DEL PUNTAJE COMÚN, POR MÓDULO ELECTIVO, ADMISIÓN 2006**

Percentil	Biología	Física	Química
0	-11.00	-8.25	-7.00
1	-2.75	-1.50	-1.00
5	0	1.25	2.25
10	1.50	3.00	4.50
15	2.50	4.50	6.25
20	3.50	5.75	7.75
25	4.50	7.00	9.25
30	5.50	8.25	10.75
35	6.25	9.25	12.25
40	7.25	10.50	13.75
45	8.25	12.00	15.25
50	9.25	13.25	16.75
55	10.50	14.75	18.25
60	11.75	16.50	20.25
65	13.25	18.25	22.25
70	15.00	20.25	24.25
75	17.25	22.75	26.75
80	20.00	25.50	29.50
85	23.50	28.75	32.75
90	28.00	33.25	36.75
95	35.00	39.00	41.75
99	46.00	47.00	49.00
100	54.00	54.00	54.00

**CUADRO N°4c / PERCENTILES DEL PUNTAJE  
COMÚN, POR MÓDULO ELECTIVO, ADMISIÓN 2007**

Percentil	Biología	Física	Química
0	-9.50	-8.50	-8.00
1	-3.25	-2.00	-1.50
5	-0.75	0.75	2.00
10	0.75	2.75	4.00
15	1.75	4.25	5.75
20	2.75	5.50	7.25
25	3.75	6.75	8.75
30	4.75	8.00	10.25
35	5.50	9.25	11.75
40	6.50	10.50	13.50
45	7.50	11.75	15.00
50	8.75	13.25	16.75
55	10.00	15.00	18.50
60	11.25	16.75	20.50
65	13.00	18.75	22.75
70	14.75	20.75	25.25
75	17.00	23.25	27.75
80	20.00	26.25	30.75
85	23.50	30.00	34.00
90	28.50	34.50	37.75
95	35.50	40.00	42.50
99	45.25	47.00	48.00
100	53.00	53.00	53.00

**CUADRO N°4d / PERCENTILES DEL PUNTAJE  
COMÚN, POR MÓDULO ELECTIVO, ADMISIÓN 2008**

Percentil	Biología	Física	Química
0	-10.00	-8.00	-9.25
1	-4.00	-2.50	-2.25
5	-1.75	0.25	0.75
10	-0.25	2.00	3.00
15	0.75	3.50	4.75
20	1.75	4.75	6.25
25	2.50	6.00	8.00
30	3.50	7.00	9.50
35	4.25	8.25	11.00
40	5.25	9.50	12.75
45	6.25	11.00	14.50
50	7.25	12.50	16.25
55	8.50	14.00	18.00
60	9.75	15.75	20.25
65	11.25	17.75	22.50
70	13.25	20.00	25.00
75	15.50	22.75	27.75
80	18.50	26.00	31.25
85	22.25	29.75	35.00
90	27.75	34.50	39.00
95	36.00	41.00	44.25
99	46.75	49.00	50.25
100	54.00	54.00	54.00

**CUADRO N°4e / PERCENTILES DEL PUNTAJE  
COMÚN, POR MÓDULO ELECTIVO, ADMISIÓN 2009**

Percentil	Biología	Física	Química
0	-8.50	-7.50	-8.50
1	-2.50	-1.00	-1.00
5	0	1.75	2.50
10	1.25	3.75	4.50
15	2.50	5.00	6.25
20	3.50	6.50	7.75
25	4.25	7.75	9.25
30	5.25	9.00	11.00
35	6.00	10.25	12.50
40	7.00	11.50	14.00
45	8.00	13.00	15.75
50	9.00	14.50	17.50
55	10.25	16.25	19.50
60	11.50	18.00	21.50
65	12.75	20.00	24.00
70	14.75	22.25	26.50
75	16.75	25.00	29.50
80	19.50	28.25	33.00
85	23.25	32.00	36.50
90	29.00	36.25	40.75
95	37.25	42.00	45.75
99	48.00	49.25	51.50
100	54.00	54.00	54.00

Las claras diferencias estadísticas entre las habilidades de los tres grupos, indican que no sería equitativo puntuar separadamente las tres pruebas (puntaje total) y normalizar los resultados. En caso de hacerlo, ello favorecería indebidamente a los grupos de menor habilidad en promedio, como el de aquellos que rinden la prueba de Biología. Ciertamente, las diferencias descritas son a nivel de grupos y no son directamente aplicables a casos individuales, por lo cual la afirmación no contradice el hecho de que existan excelentes postulantes para cada uno de los módulos electivos.



## IV. Curvas características empíricas suavizadas

El problema clave en el alineamiento de escalas de la PSU de Ciencias es comparar las dificultades de los tres módulos electivos, en circunstancias que las subpoblaciones que rinden cada módulo no son equivalentes. Aunque hay varios métodos posibles, los supuestos subyacentes de carácter estadístico, como la linealidad y ciertas estructuras de las distribuciones condicionales, no se cumplen de manera natural en el caso de la PSU. Por otra parte, el gran número de preguntas de anclaje y el alto número de postulantes que rinde esta prueba permite explorar procedimientos que sean más robustos a la violación de supuestos. El método utilizado en las PSU de Ciencias en el período estudiado (admisiones 2005 a 2009) fue especialmente diseñado para producir una solución razonable al problema suscitado por la situación atípica que presenta la Prueba de Ciencias.

El procedimiento fue diseñado por el CTA a fines de 2004, antes del boom de artículos sobre el denominado local equating y que expresamos aquí como alineamiento de escalas local, que proporciona un marco teórico general y se describe brevemente en la Sección 4.1. En la Sección 4.2 se definen las curvas características empíricas asociadas a los tests (suavizadas o no), las que constituyen la base para comparar las dificultades relativas

de los tres módulos electivos. Ellas son un análogo empírico de las curvas características de los tests en la teoría IRT. En estas últimas, es el número esperado de respuestas correctas el que se expresa como función de la habilidad teórica del examinado, y tal función depende sustancialmente del modelo IRT que se aplique a los datos.

## IV.1. Alineamiento de escalas local

El método implementado por el CTA se puede enmarcar dentro del enfoque de Wim van der Linden que se discute en una serie de artículos (2000, 2005, 2006, 2010a, 2010b). En ellos se critica a los métodos tradicionales de equating, especialmente a aquellos basados en el equipercantil, desarrollándose una nueva clase de métodos bajo la denominación genérica de local equating y que en el contexto de las PSU se traduce en un alineamiento de escalas local. La motivación teórica original es el famoso Teorema de Imposibilidad de Lord, que dice que no puede haber un equating perfecto, salvo con tests 100% confiables o perfectamente paralelos. Por su parte, van der Linden demuestra (al menos en teoría) que utilizar una familia de transformaciones de equipercantil indexadas por la habilidad (teórica) del examinado permite superar esta imposibilidad. Como esta habilidad no es observable, la implementación práctica de la idea de van der Linden emplea en vez de ella a una estimación estadística, o bien una variable observable asociada estadísticamente con tal habilidad (es decir, un “proxy”).

El alineamiento de escalas local deriva su nombre del hecho que se aplica separadamente a subpoblaciones conformadas por personas de habilidad

similar. Para los diseños que utilizan ítemes de anclaje, el puntaje alcanzado en el subtest conformado por el conjunto de estos ítemes es un proxy natural. En el caso de la prueba de Ciencias de la PSU éste corresponde al puntaje común.

## IV.2. Ideas Generales sobre Métodos de Escalamiento basados en las CCET

En la teoría IRT con ítemes binarios, el valor esperado del número de respuestas correctas es una función de la habilidad de la persona. A tal función y a su gráfico se les denomina *curva característica del test*. Estas curvas fueron utilizadas en Lord y Wingersky (1984) como base para un conocido método IRT de alineamiento de escalas, pero ellas son dependientes del modelo IRT específico que se adopte. Como ya se ha insinuado antes, y particularmente si se adopta el punto de vista de Van der Linder, la validez de las comparaciones requiere la identificación de grupos de postulantes con aproximadamente una misma *habilidad*. Como ésta no es directamente observable, resulta natural usar como proxy al puntaje común.

La idea básica entonces es considerar, **separadamente para cada *pcomún***, la población de aquellos postulantes que hayan obtenido este puntaje, subdividiéndola luego de acuerdo al módulo electivo rendido: Biología, Física o Química. Para cada *pcomún* es, en principio, concebible aplicar cualquier método de alineamiento de escalas, por ejemplo el del equipercentil, a las *subpoblaciones así construidas*. Sin embargo, esto generaría demasiadas subpoblaciones, algunas de las cuales quedarían con

muy pocas observaciones, produciéndose así una inestabilidad excesiva en la determinación del alineamiento de escalas.

Un enfoque más sencillo, que está inspirado en el trabajo de Lord y Wingersky (1984), es calcular para cada módulo el promedio aritmético de los puntajes electivos que se obtienen para un puntaje común especificado. La idea intuitiva subyacente es que esta construcción permite controlar aproximadamente la habilidad del postulante, de modo que las diferencias sistemáticas que se observen entre los tres promedios sean atribuibles efectivamente a diferencias de dificultad entre los módulos electivos.

La relación entre los puntajes electivos y el puntaje común es claramente no determinística, pero para efectos del alineamiento de escalas necesitaremos asignar un único puntaje electivo a cada puntaje común. Aunque existen alternativas más modernas, el método estadístico clásico para analizar este tipo de relaciones es el análisis de regresión múltiple, mediante el cual se construye una *curva de regresión*, que asigna a cada puntaje común una estimación del valor esperado del puntaje electivo. Denominaremos a estas curvas de regresión *curvas características empíricas del test (CCET)*, las que dependen de la especificación precisa del modelo de regresión múltiple.

Un extremo consiste en asignar un  $p_{elec}$  distinto a cada  $p_{común}$ , en cuyo caso el valor que asocia la regresión a cada  $p_{común}$  es simplemente el promedio de todos los puntajes electivos para ese  $p_{común}$ . Denominaremos a tales curvas como *CCET en bruto* y hay una para cada módulo electivo. Sin embargo, éstas tienen dos inconvenientes:

- (i) el número de personas para cada  $p_{común}$  puede ser demasiado bajo; y

- (ii) al considerar todos los puntos simultáneamente la curva puede no ser monótonamente creciente lo que carece teóricamente de sentido, pues a mayor habilidad cabe esperar un mayor puntaje electivo.

El extremo opuesto es suponer que cada CCET es lineal, en cuyo caso ella se puede obtener mediante una regresión lineal simple. Sin embargo, en el marco de la PSU de Ciencias, los gráficos de las CCET en bruto muestran fuerte evidencia empírica contra el supuesto de linealidad.

El contexto en que se da el análisis de la PSU implica ciertas limitaciones de tiempo, lo que motivó la elección de un modelo sencillo para la regresión múltiple, cuya principal ventaja estriba en que permite un cálculo analítico del alineamiento de escalas, como se verá posteriormente. Se trata de la *regresión lineal por tramos*, que es un caso especial de los conocidos *splines de regresión*. En su versión original estos métodos requieren la especificación de un cierto conjunto de nodos, siendo CCET lineal entre dos nodos consecutivos. *Las CCET así obtenidas son más suaves que las CCET en bruto y los nodos se pueden elegir de tal forma que las curvas sean monótonicamente crecientes*. Si bien existen métodos más avanzados de suavizamiento de curvas (*smoothing, nonparametric regression*) donde no se especifican nodos o se automatiza su elección estos nodos, su aplicación implica una complejidad y requerimientos de tiempo y complejidades excesivos.

Afortunadamente, al disponerse de una gran base de datos, como es el caso de la PSU, la elección de la técnica específica de suavizamiento tiene poca importancia. Una excepción es el caso de puntajes extremos, que son alcanzados por muy pocos examinados, y que requieren un tratamiento

más cuidadoso para acomodarlos a la escala final en que se reportan los resultados.

Una vez construidas las CCET, el alineamiento de escalas queda esencialmente determinado por las distancias verticales entre las CCET de Biología, Física y Química. En la terminología de van der Linden, el procedimiento corresponde a una forma de "local mean equating".

### IV.3. Ilustración de las CCET Lineales por Tramos en la PSU-Ciencias

Los nodos elegidos en cada una de las Admisiones 2005-2009 se indican en el Cuadro 5.

**CUADRO N°5 / CURVAS CARACTERÍSTICAS EMPÍRICAS:  
NODOS SELECCIONADOS PARA AJUSTE LINEAL POR TRAMOS.**

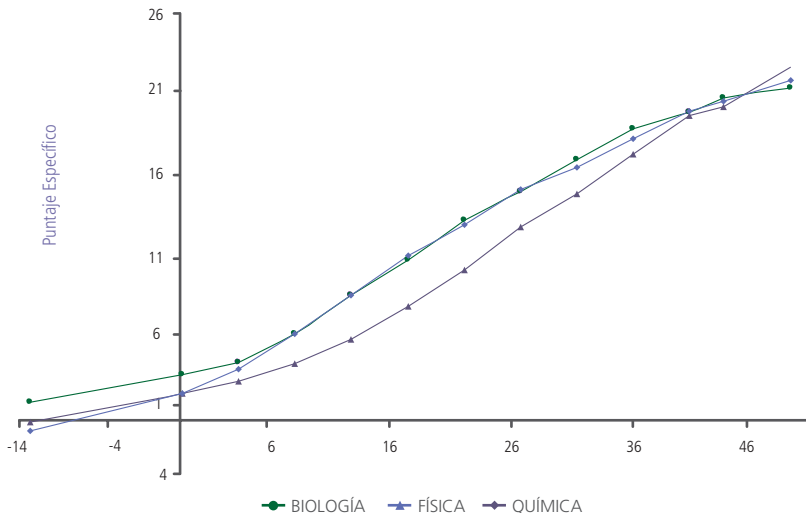
Prueba Base	N° Nodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Física	2005	-13,5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	48	54
Química	2006	-13,5	3	7	11	15	20	25	30	35	38	42	46	54
Física	2007	-13,5	3	7	11	15	18	22	28	34	40	45	50	54
Física	2008	-13,5	3	7	11	15	20	25	30	35	38	42	46	54
Química	2009	-13,5	3	7	11	15	19	23	29	35	39	44	49	54

La Figura 1 muestra los ajustes lineales por tramos de las CCET para Biología, Física y Química, separadamente para cada una de las Admisiones 2005 a 2009. Si los módulos electivos fuesen de dificultad equivalente, se

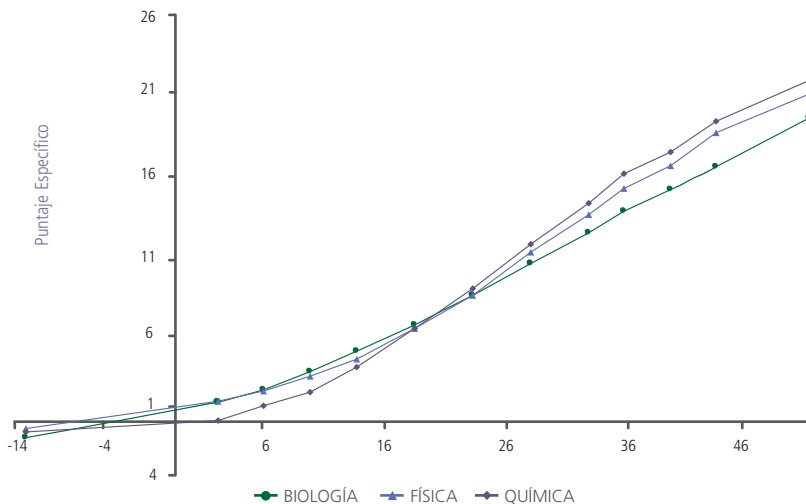
esperaría que las tres CCET de cada año coincidieran aproximadamente entre sí, lo que a simple vista dista mucho de ocurrir. Como las *distancias verticales* entre las curvas se pueden interpretar como diferencias de dificultad entre los módulos, el hecho que las CCET de los distintos módulos no sean paralelas sugiere que no hay una diferencia constante entre los módulos electivos, sino que ella puede variar según cuál sea el puntaje común. Este comportamiento no es de extrañar si se recuerda que el puntaje común es un proxy de la habilidad y se comparan las CCET con las curvas características teóricas que utilizan Lord y Wingersky (1984). El que las diferencias de dificultad dependan de esta habilidad está en línea con las ideas de alineamiento de escalas local.

**FIGURA N°1 / CURVAS CARACTERÍSTICAS EMPÍRICAS, SUAVIZADAS POR AJUSTE LINEAL POR TRAMOS**

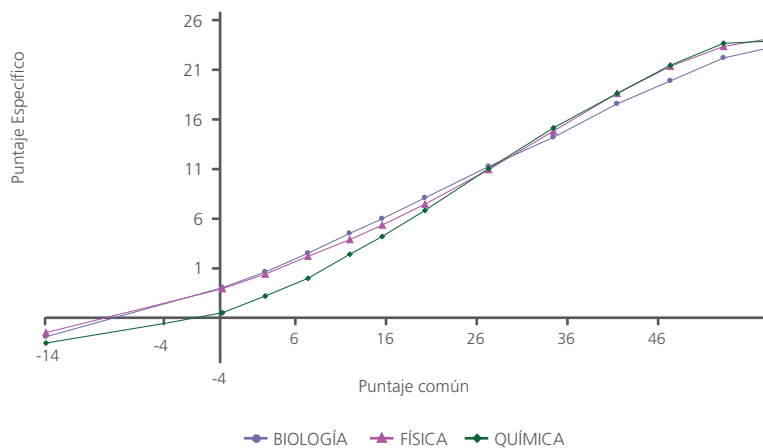
**a. Curvas características Admisión 2005**  
EQUATING POR MÉTODO CTA / PUNTAJES CORREGIDOS - 2005



**b. Curvas características Admisión 2006**  
 EQUATING POR MÉTODO CTA / PUNTAJES CORREGIDOS - 2006

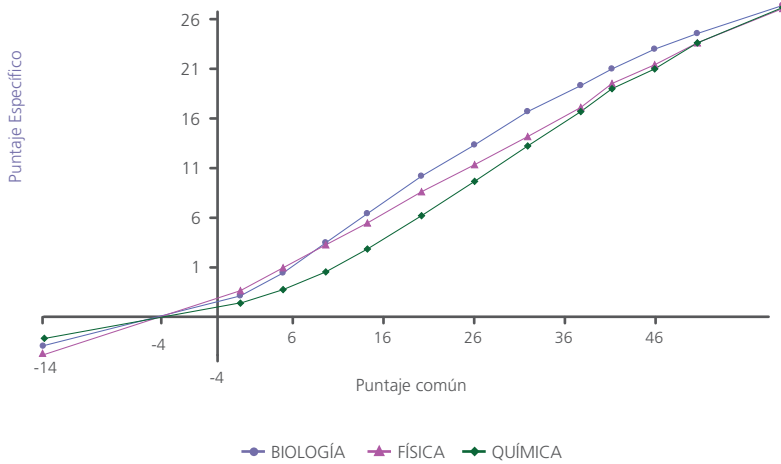


**c. Curvas características Admisión 2007**  
 EQUATING POR MÉTODO CTA / PUNTAJES CORREGIDOS - 2007



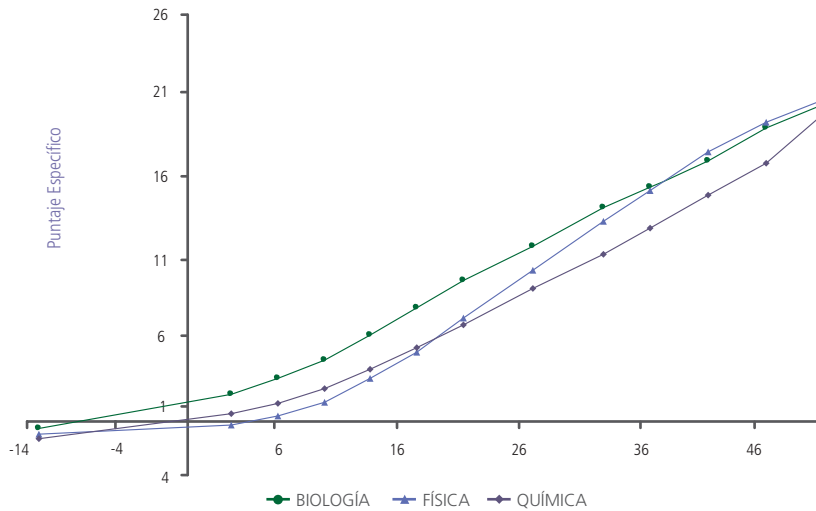
#### d. Curvas características Admisión 2008

EQUATING POR MÉTODO CTA / PUNTAJES CORREGIDOS - 2008



#### e. Curvas características Admisión 2009

EQUATING POR MÉTODO CTA / PUNTAJES CORREGIDOS - 2009



Examinando las distancias verticales entre las CCET para los distintos años se obtienen las siguientes conclusiones de carácter cualitativo:

- a.** En el proceso Admisión 2005 la CCET de Física está casi enteramente por debajo de las otras dos, de modo que Física aparece como el módulo más difícil, Sin embargo, las diferencias de dificultad con Química son prácticamente nulas para un puntaje común o muy alto o muy bajo; con Biología solo hay diferencias para un puntaje común muy bajo.
- b.** En el proceso de Admisión 2006 las CCET se cruzan cerca del puntaje común 20. Para habilidades bajas la mayor dificultad corresponde a Química, siendo semejantes los otros dos módulos. Para habilidades altas la mayor dificultad corresponde a Biología, siendo semejantes los otros dos módulos.
- c.** En la Admisión 2007 las CCET se cruzan cerca del puntaje común 28. Para habilidades bajas la mayor dificultad corresponde a Química; para habilidades altas Biología aparece levemente más difícil.
- d.** En el proceso de Admisión 2008 Química aparece como la más difícil y Biología como la más fácil, para todo el rango de habilidades. Física tiene una dificultad intermedia.
- e.** La Admisión 2009 se comporta de manera similar a la 2008, pero las CCET de Física y Química se cruzan cerca del puntaje común 20, de modo que para puntajes comunes bajos aparece Física como más difícil que Química.

Lo anterior ilustra que se producen diferencias importantes entre los distintos años, las que probablemente derivan más bien de cambios en los módulos electivos más que a cambios de habilidad en las subpoblaciones de Biología, Física y Química a lo largo del tiempo.



# Método de V. alineamiento de escalas CCET

---

## V.1. Preliminares

El método de alineamiento de escalas aplicado a la PSU-Ciencias desde la Admisión 2005 descansa en la comparación de las CCET suavizadas de los tres módulos electivos, usando el modelo lineal por tramos, al cual denominaremos **Método CCET**. Dado que todos los postulantes rendían los mismos 54 ítemes de la prueba común, resultaba evidente que el alineamiento de escalas que se aplicase debiera dejar sin modificar los puntajes comunes. Una revisión de la literatura mostró que la mayoría de los métodos de equating no respetaban esta condición, lo que condujo al diseño de un nuevo método.

Recordemos que la curva CCET para un módulo dado permite predecir el promedio de los puntajes electivos en el grupo de personas que obtuvieron un mismo puntaje común en dicho módulo. La idea básica es que la diferencia entre las CCET de dos módulos electivos se puede atribuir a los distintos grados de dificultad de ellos, el cual se busca compensar mediante el alineamiento de escalas. En términos geométricos, la magnitud (es decir, el valor absoluto) de estas diferencias coincide con ciertas distancias verticales entre las CCET respectivas. Argumentaremos que las diferencias mencionadas permiten establecer correcciones aditivas que equiparen las dificultades de los módulos.

Tal como ocurre con el promedio de varios puntajes, el valor de CCET para un pcomún dado no coincide usualmente con un puntaje posible, vale decir, no es un múltiplo de  $\frac{1}{4}$ . Aunque esto no es absolutamente necesario, se decidió redondear los valores de las CCET al múltiplo más cercano, tanto por razones de simplicidad computacional como comunicacional. El Cuadro 6 muestra los valores de las curvas CCET suavizadas, separadamente por año de admisión 2005-2009 y por módulo, redondeados a un múltiplo de  $\frac{1}{4}$ .

A modo de ejemplo, consideremos el Cuadro 6e correspondiente al año 2009. Para un pcomún de 29 los puntajes electivos son 13,00; 11,25 y 10,00 para Biología, Física y Química, respectivamente. Como ellos están calculados en subpoblaciones de habilidad similar, las diferencias son esencialmente atribuibles a los distintos grados de dificultad de los módulos. Con este argumento, estos tres puntajes pueden ser considerados como equivalentes. En la literatura de alineamiento de escalas se ponen los puntajes de una nueva prueba en la escala de la *prueba antigua*. En el presente contexto los módulos electivos tienen un papel simétrico y se puede adoptar a cualquiera de ellos como *módulo base*, siendo Química el que jugó ese papel el año 2009. De esta forma cabe decir que 13 puntos en Biología o 11,25 puntos en Física equivalen a 10 puntos en Química. En términos de *correcciones aditivas*, la equiparación de puntajes consiste en sumar -3 (o sea, restar 3) al puntaje de Biología y sumar -1,25 (o sea, restar 1,25) al de Física. Para alivianar la terminología aplicaremos en lo sucesivo el adjetivo base sin mencionar explícitamente la palabra "módulo". El Cuadro 7 entrega las correcciones aditivas para cada uno de los años 2005-2009. El módulo base está explícitamente señalado, aunque se lo identifica implícitamente por encabezar una columna que consta solo de ceros.

CUADRO N°6 / CURVAS CCET: PUNTAJES ELECTIVOS REDONDEADOS A MÚLTIPLOS DE ¼

CUADRO N°6a / AÑO 2005 (BASE FÍSICA)

PComun	Biología	Física	Química
-8	1,75	0,25	-0,25
-7	1,75	0,25	0
-6	2	0,5	0,25
-5	2,25	0,75	0,5
-4	2,25	0,75	0,5
-3	2,5	1	0,75
-2	2,5	1	0,75
-1	2,75	1,25	1,25
0	3	1,5	1,5
1	3	1,5	1,75
2	3,25	1,75	2
3	3,5	2	2,5
4	3,75	2,25	3
5	3,75	2,25	3,25
6	4	2,5	3,75
7	4,5	2,75	4,25
8	5	3	4,75
9	5,5	3,5	5,5
10	6	3,75	6
11	6,5	4	6,5
12	7,25	4,5	7,25
13	7,75	4,75	7,75
14	8,25	5,25	8,25
15	8,75	5,5	8,75
16	9,25	6	9,5
17	9,75	6,5	10
18	10,25	7	10,75
19	11	7,5	11,25
20	11,5	8	11,75
21	12	8,5	12,25
22	12,5	9	12,75
			→

PComun	Biología	Física	Química
23	13,25	9,75	13,25
24	14	10,25	13,75
25	14,5	10,75	14,25
26	15	11,5	14,75
27	15,25	12	15,25
28	15,75	12,75	15,75
29	16,25	13,25	16,25
30	16,75	14	16,75
31	17,25	14,5	17,25
32	17,75	15	17,5
33	18,25	15,5	17,75
34	18,5	16	18,25
35	19	16,5	18,5
36	19,5	17	18,75
37	20	17,75	19,5
38	20,5	18,25	19,75
39	21	19	20,25
40	21,5	19,5	20,75
41	21,5	20	21
42	22	20,75	21,5
43	22,25	21,25	22
44	22,25	21,75	22,25
45	22,75	22,5	22,75
46	23,25	22,75	23
47	23,25	22,75	23,25
48	23,75	23	23,5
49	24	23,75	24
50	23,75	24	23,75
51	23,5	24,25	23,75
52	24,25	25	24,5
53	24,25	25,5	24,75
54	24,25	25,75	24,75

**CUADRO N°6b / AÑO 2006 (BASE QUÍMICA)**

PComun	Biología	Física	Química
-8	0,25	0,5	0
-7	0,25	0,75	0
-6	0,5	0,75	0
-5	0,5	0,75	0
-4	0,5	1	0
-3	1	1,25	0,25
-2	1	1,25	0,25
-1	1,25	1,25	0,25
0	1,25	1,5	0,25
1	1,25	1,5	0,25
2	1,75	1,75	0,5
3	1,75	1,75	0,5
4	2	2	0,75
5	2,25	2,25	1
6	2,5	2,5	1,25
7	2,75	2,5	1,5
8	3	2,75	1,75
9	3,25	3	2
10	3,75	3,25	2,25
11	4	3,5	2,5
12	4,5	4	3
13	4,75	4,25	3,5
14	5,25	4,75	4
15	5,75	5	4,5
16	6	5,5	5
17	6,25	5,75	5,5
18	6,75	6,25	6
19	7	6,75	6,5
20	7,5	7,25	7,25
21	8	7,75	7,75
22	8,25	8	8,25
			→

PComun	Biología	Física	Química
23	8,75	8,75	9
24	9,25	9,25	9,5
25	9,5	9,5	10
26	10	10,25	10,75
27	10,75	11	11,5
28	11	11,5	12
29	11,5	12,25	12,75
30	12	12,75	13,5
31	12,5	13,25	14
32	12,75	13,75	14,5
33	13,5	14,5	15,25
34	13,75	15	15,75
35	14	15,5	16,25
36	14,75	16,25	17
37	15,25	16,75	17,75
38	15,75	17,5	18,5
39	16,25	18	19
40	16,5	18,25	19,25
41	17	18,75	19,75
42	17,5	19,25	20,25
43	17,75	19,75	20,75
44	18,25	20,25	21,25
45	18,5	20,75	21,75
46	19,25	21,75	22,5
47	19,5	22	22,75
48	20	22,25	23,25
49	20,5	22,5	23,5
50	21	23	24
51	21,25	23,25	24,25
52	22	23,75	24,75
53	22,25	24	25
54	22,75	24,5	25,5

CUADRO N°6c / AÑO 2007 (BASE FÍSICA)

PComun	Biología	Física	Química
-8	0,25	0,5	-0,75
-7	0,5	0,75	-0,5
-6	0,75	1	-0,5
-5	1	1,25	-0,25
-4	1,5	1,5	0
-3	1,75	1,75	0,25
-2	2	2	0,25
-1	2,25	2,25	0,5
0	2,25	2,25	0,5
1	2,5	2,5	0,5
2	2,75	2,75	0,75
3	3	3	1
4	3,25	3,25	1,25
5	3,75	3,75	1,75
6	4,25	4	2
7	4,5	4,25	2,5
8	5	4,75	3
9	5,25	5	3,25
10	5,75	5,5	3,75
11	6	5,75	4
12	6,5	6,25	4,5
13	7	6,5	5
14	7,25	6,75	5,25
15	7,75	7,25	6
16	8,25	7,75	6,5
17	8,5	8	7
18	9	8,5	7,5
19	9,5	9	8,25
20	9,75	9,25	8,5
21	10,25	9,75	9
22	10,75	10,25	9,75
			→

PComun	Biología	Física	Química
23	11,25	10,75	10,25
24	11,75	11,25	11
25	12,25	11,75	11,5
26	12,75	12,25	12,25
27	13	12,75	12,75
28	13,5	13,25	13,25
29	14	13,75	14
30	14,25	14,25	14,5
31	14,75	14,75	15
32	15,25	15,5	15,75
33	15,75	16	16,25
34	16	16,5	16,75
35	16,5	17	17,25
36	17	17,5	17,75
37	17,5	18,25	18,5
38	18	18,75	18,75
39	18,5	19,25	19,25
40	18,75	19,75	19,75
41	19,25	20,25	20,25
42	19,75	20,75	20,75
43	20	21,25	21,25
44	20,25	21,5	21,5
45	20,75	22	22,25
46	21,25	22,5	22,75
47	21,75	22,75	23
48	22	23	23,25
49	22,5	23,5	23,75
50	22,75	23,75	24
51	22,75	24	24,25
52	22,5	24	24
53	22,25	24,25	24,25
54	24	24,75	24,5

CUADRO N°6d / AÑO 2008 (BASE FÍSICA)

PComun	Biología	Física	Química
-8	-0,5	-1	0
-7	-0,25	-0,5	0,25
-6	0	-0,25	0,25
-5	0,25	0	0,5
-4	0,25	0,25	0,5
-3	0,5	0,5	0,5
-2	0,75	0,75	0,75
-1	0,75	1	0,75
0	1,25	1,5	1
1	1,5	1,75	1
2	1,75	2	1,25
3	1,75	2,25	1,25
4	2,25	2,75	1,5
5	2,75	3,25	1,75
6	3	3,5	2
7	3,5	4	2,25
8	4,25	4,5	2,5
9	4,75	5	3
10	5,5	5,5	3,5
11	6,25	6	3,75
12	6,75	6,5	4,25
13	7,25	6,75	4,75
14	7,75	7,25	5,25
15	8,5	7,75	5,75
16	9	8,25	6,25
17	9,75	8,75	6,75
18	10,25	9,25	7,25
19	10,75	9,75	7,75
20	11,5	10,25	8,25
21	11,75	10,5	8,75
22	12,5	11	9,25
			→

PComun	Biología	Física	Química
23	13	11,5	10
24	13,5	12	10,5
25	14	12,25	11
26	14,5	12,75	11,5
27	15	13,25	12,25
28	15,5	13,75	12,75
29	16,25	14,25	13,5
30	16,5	14,5	13,75
31	17	15	14,25
32	17,5	15,5	15
33	17,75	16	15,5
34	18,25	16,5	16
35	18,75	17	16,75
36	19	17,5	17,25
37	19,5	18,25	18
38	20	18,75	18,25
39	20,5	19,25	19
40	20,75	19,5	19,25
41	21,25	20	19,75
42	21,5	20,25	20
43	21,75	20,75	20,5
44	22,25	21,25	21
45	22,5	21,75	21,75
46	22,75	22	22
47	23,25	22,5	22,5
48	23,5	22,75	22,75
49	23,75	23,25	23,25
50	24	23,5	23,5
51	24,25	23,75	23,75
52	24,5	24,25	24,25
53	24,75	24,5	24,5
54	25	24,75	24,75

CUADRO N°6e / AÑO 2009 (BASE QUÍMICA)

PComun	Biología	Física	Química
-8	0,75	-0,25	-0,25
-7	0,75	-0,5	-0,25
-6	1	-0,25	0
-5	1	-0,25	0
-4	1,5	0	0,25
-3	1,5	-0,25	0,25
-2	1,5	-0,25	0,25
-1	1,75	0	0,5
0	1,75	-0,25	0,5
1	2	0	0,75
2	2	0	0,75
3	2,5	0	1
4	2,5	0	1
5	3	0,25	1,25
6	3,25	0,5	1,5
7	3,5	0,75	1,75
8	4	1	2
9	4,25	1,25	2,25
10	4,5	1,5	2,5
11	4,75	1,75	2,75
12	5,25	2	3
13	5,75	2,75	3,5
14	6,25	3	3,75
15	6,75	3,5	4,25
16	7,25	4	4,5
17	7,75	4,5	5
18	8	4,75	5,25
19	8,75	5,5	5,75
20	9,25	6,25	6,25
21	9,5	6,5	6,5
22	10,25	7,25	7
			→

PComun	Biología	Física	Química
23	10,75	8	7,5
24	11	8,5	7,75
25	11,5	9	8,25
26	12	9,75	8,75
27	12,5	10,25	9,25
28	12,75	10,75	9,5
29	13	11,25	10
30	13,75	12	10,5
31	14,25	12,75	11
32	14,5	13	11,25
33	15	13,75	11,75
34	15,5	14,5	12,25
35	15,75	15	12,5
36	16,25	15,5	13
37	16,75	16	13,5
38	17	16,75	14
39	17,5	17,25	14,5
40	18	17,75	15
41	18,25	18,5	15,5
42	18,75	19	16
43	19	19,5	16,5
44	19,5	20,25	17
45	20	20,75	17,5
46	20,25	20,75	17,75
47	20,75	21,25	18,25
48	21,25	21,75	18,75
49	21,75	22,25	19,25
50	22,25	22,5	20
51	22,5	23	20,75
52	23	23,25	21,5
53	23,25	23,75	22,25
54	23,75	24	23

**CUADRO N°7 / CURVAS CCET: CORRECCIONES ADITIVAS, REDONDEADAS A MÚLTIPLOS DE ¼**

**CUADRO N°7a / AÑO 2005 (BASE FÍSICA)**

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
-8	-1,5	0	0,5	0,25
-7	-1,5	0	0,25	0,25
-6	-1,5	0	0,25	0,5
-5	-1,5	0	0,25	0,75
-4	-1,5	0	0,25	0,75
-3	-1,5	0	0,25	1
-2	-1,5	0	0,25	1
-1	-1,5	0	0	1,25
0	-1,5	0	0	1,5
1	-1,5	0	-0,25	1,5
2	-1,5	0	-0,25	1,75
3	-1,5	0	-0,5	2
4	-1,5	0	-0,75	2,25
5	-1,5	0	-1	2,25
6	-1,5	0	-1,25	2,5
7	-1,75	0	-1,5	2,75
8	-2	0	-1,75	3
9	-2	0	-2	3,5
10	-2,25	0	-2,25	3,75
11	-2,5	0	-2,5	4
12	-2,75	0	-2,75	4,5
13	-3	0	-3	4,75
14	-3	0	-3	5,25
15	-3,25	0	-3,25	5,5
16	-3,25	0	-3,5	6
17	-3,25	0	-3,5	6,5
18	-3,25	0	-3,75	7
19	-3,5	0	-3,75	7,5
20	-3,5	0	-3,75	8
21	-3,5	0	-3,75	8,5
22	-3,5	0	-3,75	9
				→

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
23	-3,5	0	-3,5	9,75
24	-3,75	0	-3,5	10,25
25	-3,75	0	-3,5	10,75
26	-3,5	0	-3,25	11,5
27	-3,25	0	-3,25	12
28	-3	0	-3	12,75
29	-3	0	-3	13,25
30	-2,75	0	-2,75	14
31	-2,75	0	-2,75	14,5
32	-2,75	0	-2,5	15
33	-2,75	0	-2,25	15,5
34	-2,5	0	-2,25	16
35	-2,5	0	-2	16,5
36	-2,5	0	-1,75	17
37	-2,25	0	-1,75	17,75
38	-2,25	0	-1,5	18,25
39	-2	0	-1,25	19
40	-2	0	-1,25	19,5
41	-1,5	0	-1	20
42	-1,25	0	-0,75	20,75
43	-1	0	-0,75	21,25
44	-0,5	0	-0,5	21,75
45	-0,25	0	-0,25	22,5
46	-0,5	0	-0,25	22,75
47	-0,5	0	-0,5	22,75
48	-0,75	0	-0,5	23
49	-0,25	0	-0,25	23,75
50	0,25	0	0,25	24
51	0,75	0	0,5	24,25
52	0,75	0	0,5	25
53	1,25	0	0,75	25,5
54	1,5	0	1	25,75

CUADRO N°7b / AÑO 2006 (BASE QUÍMICA)

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
-8	-0,25	-0,5	0	0
-7	-0,25	-0,75	0	0
-6	-0,5	-0,75	0	0
-5	-0,5	-0,75	0	0
-4	-0,5	-1	0	0
-3	-0,75	-1	0	0,25
-2	-0,75	-1	0	0,25
-1	-1	-1	0	0,25
0	-1	-1,25	0	0,25
1	-1	-1,25	0	0,25
2	-1,25	-1,25	0	0,5
3	-1,25	-1,25	0	0,5
4	-1,25	-1,25	0	0,75
5	-1,25	-1,25	0	1
6	-1,25	-1,25	0	1,25
7	-1,25	-1	0	1,5
8	-1,25	-1	0	1,75
9	-1,25	-1	0	2
10	-1,5	-1	0	2,25
11	-1,5	-1	0	2,5
12	-1,5	-1	0	3
13	-1,25	-0,75	0	3,5
14	-1,25	-0,75	0	4
15	-1,25	-0,5	0	4,5
16	-1	-0,5	0	5
17	-0,75	-0,25	0	5,5
18	-0,75	-0,25	0	6
19	-0,5	-0,25	0	6,5
20	-0,25	0	0	7,25
21	-0,25	0	0	7,75
22	0	0,25	0	8,25
				➔

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
23	0,25	0,25	0	9
24	0,25	0,25	0	9,5
25	0,5	0,5	0	10
26	0,75	0,5	0	10,75
27	0,75	0,5	0	11,5
28	1	0,5	0	12
29	1,25	0,5	0	12,75
30	1,5	0,75	0	13,5
31	1,5	0,75	0	14
32	1,75	0,75	0	14,5
33	1,75	0,75	0	15,25
34	2	0,75	0	15,75
35	2,25	0,75	0	16,25
36	2,25	0,75	0	17
37	2,5	1	0	17,75
38	2,75	1	0	18,5
39	2,75	1	0	19
40	2,75	1	0	19,25
41	2,75	1	0	19,75
42	2,75	1	0	20,25
43	3	1	0	20,75
44	3	1	0	21,25
45	3,25	1	0	21,75
46	3,25	0,75	0	22,5
47	3,25	0,75	0	22,75
48	3,25	1	0	23,25
49	3	1	0	23,5
50	3	1	0	24
51	3	1	0	24,25
52	2,75	1	0	24,75
53	2,75	1	0	25
54	2,75	1	0	25,5

CUADRO N°7c / AÑO 2007 (BASE FÍSICA)

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
-8	0,25	0	1,25	0,5
-7	0,25	0	1,25	0,75
-6	0,25	0	1,5	1
-5	0,25	0	1,5	1,25
-4	0	0	1,5	1,5
-3	0	0	1,5	1,75
-2	0	0	1,75	2
-1	0	0	1,75	2,25
0	0	0	1,75	2,25
1	0	0	2	2,5
2	0	0	2	2,75
3	0	0	2	3
4	0	0	2	3,25
5	0	0	2	3,75
6	-0,25	0	2	4
7	-0,25	0	1,75	4,25
8	-0,25	0	1,75	4,75
9	-0,25	0	1,75	5
10	-0,25	0	1,75	5,5
11	-0,25	0	1,75	5,75
12	-0,25	0	1,75	6,25
13	-0,5	0	1,5	6,5
14	-0,5	0	1,5	6,75
15	-0,5	0	1,25	7,25
16	-0,5	0	1,25	7,75
17	-0,5	0	1	8
18	-0,5	0	1	8,5
19	-0,5	0	0,75	9
20	-0,5	0	0,75	9,25
21	-0,5	0	0,75	9,75
22	-0,5	0	0,5	10,25
				→

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
23	-0,5	0	0,5	10,75
24	-0,5	0	0,25	11,25
25	-0,5	0	0,25	11,75
26	-0,5	0	0	12,25
27	-0,25	0	0	12,75
28	-0,25	0	0	13,25
29	-0,25	0	-0,25	13,75
30	0	0	-0,25	14,25
31	0	0	-0,25	14,75
32	0,25	0	-0,25	15,5
33	0,25	0	-0,25	16
34	0,5	0	-0,25	16,5
35	0,5	0	-0,25	17
36	0,5	0	-0,25	17,5
37	0,75	0	-0,25	18,25
38	0,75	0	0	18,75
39	0,75	0	0	19,25
40	1	0	0	19,75
41	1	0	0	20,25
42	1	0	0	20,75
43	1,25	0	0	21,25
44	1,25	0	0	21,5
45	1,25	0	-0,25	22
46	1,25	0	-0,25	22,5
47	1	0	-0,25	22,75
48	1	0	-0,25	23
49	1	0	-0,25	23,5
50	1	0	-0,25	23,75
51	1,25	0	-0,25	24
52	1,5	0	0	24
53	2	0	0	24,25
54	0,75	0	0,25	24,75

**CUADRO N°7d / AÑO 2008 (BASE FÍSICA)**

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
-8	-0,5	0	-1	-1
-7	-0,25	0	-0,75	-0,5
-6	-0,25	0	-0,5	-0,25
-5	-0,25	0	-0,5	0
-4	0	0	-0,25	0,25
-3	0	0	0	0,5
-2	0	0	0	0,75
-1	0,25	0	0,25	1
0	0,25	0	0,5	1,5
1	0,25	0	0,75	1,75
2	0,25	0	0,75	2
3	0,5	0	1	2,25
4	0,5	0	1,25	2,75
5	0,5	0	1,5	3,25
6	0,5	0	1,5	3,5
7	0,5	0	1,75	4
8	0,25	0	2	4,5
9	0,25	0	2	5
10	0	0	2	5,5
11	-0,25	0	2,25	6
12	-0,25	0	2,25	6,5
13	-0,5	0	2	6,75
14	-0,5	0	2	7,25
15	-0,75	0	2	7,75
16	-0,75	0	2	8,25
17	-1	0	2	8,75
18	-1	0	2	9,25
19	-1	0	2	9,75
20	-1,25	0	2	10,25
21	-1,25	0	1,75	10,5
22	-1,5	0	1,75	11
				➔

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
23	-1,5	0	1,5	11,5
24	-1,5	0	1,5	12
25	-1,75	0	1,25	12,25
26	-1,75	0	1,25	12,75
27	-1,75	0	1	13,25
28	-1,75	0	1	13,75
29	-2	0	0,75	14,25
30	-2	0	0,75	14,5
31	-2	0	0,75	15
32	-2	0	0,5	15,5
33	-1,75	0	0,5	16
34	-1,75	0	0,5	16,5
35	-1,75	0	0,25	17
36	-1,5	0	0,25	17,5
37	-1,25	0	0,25	18,25
38	-1,25	0	0,5	18,75
39	-1,25	0	0,25	19,25
40	-1,25	0	0,25	19,5
41	-1,25	0	0,25	20
42	-1,25	0	0,25	20,25
43	-1	0	0,25	20,75
44	-1	0	0,25	21,25
45	-0,75	0	0	21,75
46	-0,75	0	0	22
47	-0,75	0	0	22,5
48	-0,75	0	0	22,75
49	-0,5	0	0	23,25
50	-0,5	0	0	23,5
51	-0,5	0	0	23,75
52	-0,25	0	0	24,25
53	-0,25	0	0	24,5
54	-0,25	0	0	24,75

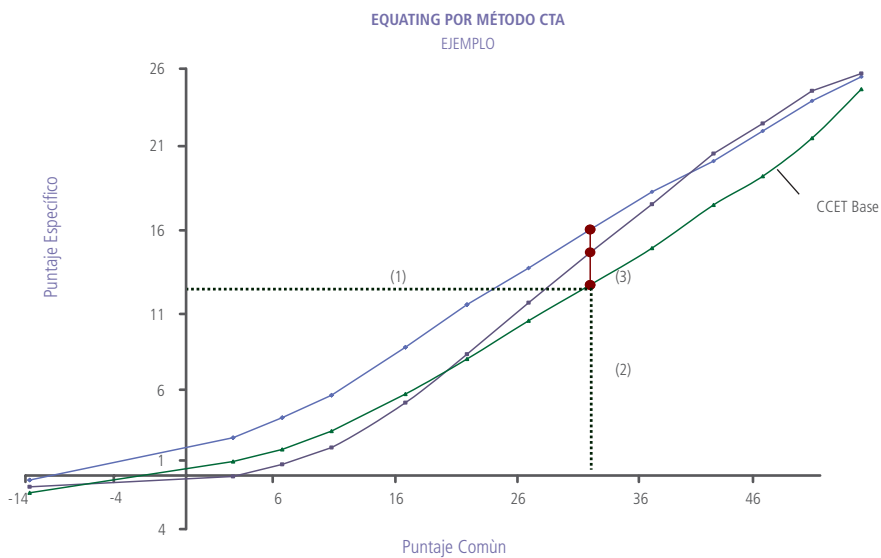
CUADRO N°7e / AÑO 2009 (BASE QUÍMICA)

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
-8	-1	0	0	-0,25
-7	-1	0,25	0	-0,25
-6	-1	0,25	0	0
-5	-1	0,25	0	0
-4	-1,25	0,25	0	0,25
-3	-1,25	0,5	0	0,25
-2	-1,25	0,5	0	0,25
-1	-1,25	0,5	0	0,5
0	-1,25	0,75	0	0,5
1	-1,25	0,75	0	0,75
2	-1,25	0,75	0	0,75
3	-1,5	1	0	1
4	-1,5	1	0	1
5	-1,75	1	0	1,25
6	-1,75	1	0	1,5
7	-1,75	1	0	1,75
8	-2	1	0	2
9	-2	1	0	2,25
10	-2	1	0	2,5
11	-2	1	0	2,75
12	-2,25	1	0	3
13	-2,25	0,75	0	3,5
14	-2,5	0,75	0	3,75
15	-2,5	0,75	0	4,25
16	-2,75	0,5	0	4,5
17	-2,75	0,5	0	5
18	-2,75	0,5	0	5,25
19	-3	0,25	0	5,75
20	-3	0	0	6,25
21	-3	0	0	6,5
22	-3,25	-0,25	0	7
				→

PComun	Biología	Física	Química	Ptje Elec
23	-3,25	-0,5	0	7,5
24	-3,25	-0,75	0	7,75
25	-3,25	-0,75	0	8,25
26	-3,25	-1	0	8,75
27	-3,25	-1	0	9,25
28	-3,25	-1,25	0	9,5
29	-3	-1,25	0	10
30	-3,25	-1,5	0	10,5
31	-3,25	-1,75	0	11
32	-3,25	-1,75	0	11,25
33	-3,25	-2	0	11,75
34	-3,25	-2,25	0	12,25
35	-3,25	-2,5	0	12,5
36	-3,25	-2,5	0	13
37	-3,25	-2,5	0	13,5
38	-3	-2,75	0	14
39	-3	-2,75	0	14,5
40	-3	-2,75	0	15
41	-2,75	-3	0	15,5
42	-2,75	-3	0	16
43	-2,5	-3	0	16,5
44	-2,5	-3,25	0	17
45	-2,5	-3,25	0	17,5
46	-2,5	-3	0	17,75
47	-2,5	-3	0	18,25
48	-2,5	-3	0	18,75
49	-2,5	-3	0	19,25
50	-2,25	-2,5	0	20
51	-1,75	-2,25	0	20,75
52	-1,5	-1,75	0	21,5
53	-1	-1,5	0	22,25
54	-0,75	-1	0	23

## V.2. Explicación geométrica e ilustración del método CCET

A continuación explicamos el método CCET geoméricamente:



1. Para un puntaje electivo especificado se traza una recta horizontal a la altura correspondiente y se busca el punto de intersección con la curva CCET base.

2. La coordenada horizontal de este punto se puede identificar con un puntaje común  $x$ , una vez que se lo redondea al múltiplo de  $\frac{1}{4}$  más cercano.
3. Para este valor  $x$  se evalúan los valores de las curvas CCET para los tres módulos. Las diferencias con las CCET base son las correcciones aditivas buscadas.
4. Se repite **a**, **b** y **c** para cada puntaje electivo entre -6,25 y 26,00.

Enfatizamos que la *corrección aditiva se asocia con un puntaje electivo determinado en el módulo base*. El Cuadro 8 muestra los puntajes electivos equiparados para cada valor entero del puntaje electivo en el módulo base, mientras que el Cuadro 9 entrega las correcciones aditivas.

**Ejemplo:** Para un puntaje electivo base de 10 puntos en Química el año 2009, el Cuadro 8 muestra que la CCET base pasa por el punto (29,10), de modo que 10 es el promedio estimado de aquellos postulantes que rindieron el módulo de Química y obtuvieron un  $p$  común aproximado de 29. A partir del Cuadro 8 se desprende que los valores electivos en Biología y Física para este puntaje común son 13,25 y 11,00 respectivamente (redondeados al cuarto más cercano). Así, 13,25 puntos en Biología, 11 puntos en Física y 10 puntos en Química debieran ser considerados equivalentes. En términos de las correcciones aditivas, el alineamiento de escalas resta 3,25 puntos a quien haya obtenido 10 puntos en Biología (buscando compensar la menor dificultad relativa de Biología con respecto a Química) y restar 1 a quien haya obtenido 10 puntos en el módulo de Física. Las correcciones aditivas para los años 2005 a 2009 pueden obtenerse directamente del Cuadro 9.

**CUADRO N°8 / MÉTODO CCET: PUNTAJES ELECTIVOS ALINEADOS**

**CUADRO N°8a / AÑO 2005 (BASE FÍSICA)**

Biología	Física	Química	Pcomun
-7,75	-6	-7,75	.
-3,5	-5	-6,5	.
-2,25	-4	-5,25	.
-1,25	-3	-4	.
-0,25	-2	-2,75	.
0,5	-1	-1,5	.
1,5	0	-0,25	-9
2,5	1	0,75	-3
3,5	2	2,25	3,25
4,5	3	3,75	7,5
5,5	4	5,25	10,75
7	5	6,75	13,5
8,25	6	8,25	16
9,75	7	9,75	18
11	8	11	20
12,25	9	12,25	21,75
13,25	10	13,5	23,75
14,5	11	14,75	25,5
15,5	12	15,75	27
16,5	13	16,75	28,5
17,75	14	17,5	30
18,5	15	18,25	32
19	16	19	34
19,75	17	19,75	35,75
20,75	18	20,25	37,5
21,5	19	20,75	39,25
22,25	20	21,5	40,75
23	21	22	42,5
23,25	22	22,5	44,25
23,5	23	23,25	48
24	24	24	50
24,75	25	24	52
26	26	27,25	54

**CUADRO N°8b/ AÑO 2006 (BASE QUÍMICA)**

Biología	Física	Química	Pcomun
-9,75	-8,75	-6	.
-8,25	-7,25	-5	.
-6,5	-6	-4	.
-4,75	-4,25	-3	.
-3,25	-2,75	-2	.
-1,5	-1,25	-1	.
0,25	0,25	0	-5,25
1,75	2	1	5
3,25	3,25	2	9
4,25	4	3	12
5,5	5	4	14
6,25	5,5	5	16
7	6,25	6	17,75
7,5	7	7	19,5
8	7,75	8	21,25
8,75	8,75	9	23,25
9,25	9,5	10	25
10	10,5	11	26,5
10,5	11,5	12	27,75
11,25	12,25	13	29,25
12	13,25	14	31
12,5	14,25	15	32,75
13,25	15,25	16	34,5
14,25	16	17	36
15	17	18	37,25
15,75	18	19	39,25
16,75	19	20	41,5
18	20	21	43,25
19,25	21	22	45
20,25	22	23	47,25
22	23	24	50
24	24	25	52,75
26	26	26	.

**CUADRO N°8c / AÑO 2005 (BASE FÍSICA)**

Biología	Física	Química	Pcomun
-6,75	-6	-5,5	.
-5,75	-5	-4,5	.
-4,75	-4	-3,75	.
-3,5	-3	-3,25	.
-2,5	-2	-2,75	.
-1,25	-1	-2,25	.
-0,25	0	-1,5	-10,25
0,75	1	-1	-5,75
2	2	0	-1,5
3	3	1,25	3
4,25	4	2,25	6,25
5,25	5	3,5	9
6,25	6	4,75	11,75
7,5	7	6	14,25
8,5	8	7,25	16,75
9,5	9	8,25	19,25
10,5	10	9,5	21,5
11,5	11	10,75	23,5
12,5	12	12	25,5
13,25	13	13	27,5
14,25	14	14,25	29,5
14,75	15	15,25	31,25
15,5	16	16,25	33
16,25	17	17,25	35
17,25	18	18,25	36,75
18	19	19	38,5
18,75	20	20	40,5
19,75	21	21	42,75
21	22	22,25	45
23	23	23,25	47,75
26	24	24,25	52
29	25	24	.
31,75	26	26	.

**CUADRO N°8d / AÑO 2006 (BASE FÍSICA)**

Biología	Física	Química	Pcomun
-5,5	-6	-5,5	.
-3,5	-5	-3,5	.
-2,5	-4	-1,5	.
-1,75	-3	0,5	.
-1	-2	2,5	-11,75
-0,5	-1	1,75	-8,25
0,25	0	1	-4,75
0,75	1	0,5	-1,25
1,5	2	0,5	2,25
2,5	3	1	4,75
3,75	4	1,75	7
5	5	3	9
6	6	4	11
7,5	7	5	13,25
8,75	8	6	15,5
9,75	9	7,25	17,5
11	10	8,5	19,5
12,25	11	9,75	22
13,25	12	11	24,5
14,5	13	12	26,75
15,75	14	13,25	29
16,75	15	14,5	31
18	16	15,5	33
19	17	16,75	35
19,75	18	17,75	36,75
20,5	19	18,75	38,75
21,25	20	19,75	41,25
22,25	21	20,75	43,75
23	22	22	46
23,75	23	23	49
24,5	24	24	51,75
25,25	25	27,75	.
28,75	26	29	.

CUADRO N°8e / AÑO 2009 (BASE QUÍMICA)

Biología	Física	Química	Pcomun
-6,75	-5,5	-6	.
-5,5	-3,5	-5	.
-4,25	-1,5	-4	.
-3	0,5	-3	.
-1,75	1,25	-2	.
-0,5	0,25	-1	-13,5
0,75	-0,75	0	-5,25
2	0	1	3
3,25	1	2	8
4,75	2,25	3	11,75
6	3,5	4	14,25
7,25	4,5	5	17
8,5	6	6	19,5
9,5	7,25	7	21,75
10,75	8,5	8	24,25
12	9,75	9	26,5
13,25	11	10	29
14,25	12,25	11	31,5
15,25	13,5	12	33,75
16	14,75	13	36
17,25	16	14	38
18,25	17,5	15	40
19,25	18,5	16	42
20,25	19,75	17	44
21	20,75	18	46,25
21,75	22	19	48,5
22,5	23,25	20	50
23,5	24	21	51,25
24,25	25	22	52,75
24,25	25	23	54
24,25	25	24	.
24,25	25	25	.
26	26	26	.

**CUADRO N°9 / MÉTODO CCET: CORRECCIONES ADITIVAS**

**CUADRO N°9a / AÑO 2005 (BASE FÍSICA)**

Ptje Pelec	Biología	Física	Química	Pcomun
-6	1,75	0	1,75	.
-5	-1,5	0	1,5	.
-4	-1,75	0	1,25	.
-3	-1,75	0	1	.
-2	-1,75	0	0,75	.
-1	-1,5	0	0,5	.
0	-1,5	0	0,25	-9
1	-1,5	0	0,25	-3
2	-1,5	0	-0,25	3,25
3	-1,5	0	-0,75	7,5
4	-1,5	0	-1,25	10,75
5	-2	0	-1,75	13,5
6	-2,25	0	-2,25	16
7	-2,75	0	-2,75	18
8	-3	0	-3	20
9	-3,25	0	-3,25	21,75
10	-3,25	0	-3,5	23,75
11	-3,5	0	-3,75	25,5
12	-3,5	0	-3,75	27
13	-3,5	0	-3,75	28,5
14	-3,75	0	-3,5	30
15	-3,5	0	-3,25	32
16	-3	0	-3	34
17	-2,75	0	-2,75	35,75
18	-2,75	0	-2,25	37,5
19	-2,5	0	-1,75	39,25
20	-2,25	0	-1,5	40,75
21	-2	0	-1	42,5
22	-1,25	0	-0,5	44,25
23	-0,5	0	-0,25	48
24	0	0	0	50
25	0,25	0	1	52
26	0	0	-1,25	54

**CUADRO N°9b / AÑO 2006 (BASE QUÍMICA)**

Ptje Pelec	Biología	Física	Química	Pcomun
-6	3,75	2,75	0	.
-5	3,25	2,25	0	.
-4	2,5	2	0	.
-3	1,75	1,25	0	.
-2	1,25	0,75	0	.
-1	0,5	0,25	0	.
0	-0,25	-0,25	0	-5,25
1	-0,75	-1	0	5
2	-1,25	-1,25	0	9
3	-1,25	-1	0	12
4	-1,5	-1	0	14
5	-1,25	-0,5	0	16
6	-1	-0,25	0	17,75
7	-0,5	0	0	19,5
8	0	0,25	0	21,25
9	0,25	0,25	0	23,25
10	0,75	0,5	0	25
11	1	0,5	0	26,5
12	1,5	0,5	0	27,75
13	1,75	0,75	0	29,25
14	2	0,75	0	31
15	2,5	0,75	0	32,75
16	2,75	0,75	0	34,5
17	2,75	1	0	36
18	3	1	0	37,25
19	3,25	1	0	39,25
20	3,25	1	0	41,5
21	3	1	0	43,25
22	2,75	1	0	45
23	2,75	1	0	47,25
24	2	1	0	50
25	1	1	0	52,75
26	0	0	0	.

CUADRO N°9c / AÑO 2007 (BASE FÍSICA)

Ptje Pelec	Biología	Física	Química	Pcomun
-6	0,75	0	-0,5	.
-5	0,75	0	-0,5	.
-4	0,75	0	-0,25	.
-3	0,5	0	0,25	.
-2	0,5	0	0,75	.
-1	0,25	0	1,25	.
0	0,25	0	1,5	-10,25
1	0,25	0	2	-5,75
2	0	0	2	-1,5
3	0	0	1,75	3
4	-0,25	0	1,75	6,25
5	-0,25	0	1,5	9
6	-0,25	0	1,25	11,75
7	-0,5	0	1	14,25
8	-0,5	0	0,75	16,75
9	-0,5	0	0,75	19,25
10	-0,5	0	0,5	21,5
11	-0,5	0	0,25	23,5
12	-0,5	0	0	25,5
13	-0,25	0	0	27,5
14	-0,25	0	-0,25	29,5
15	0,25	0	-0,25	31,25
16	0,5	0	-0,25	33
17	0,75	0	-0,25	35
18	0,75	0	-0,25	36,75
19	1	0	0	38,5
20	1,25	0	0	40,5
21	1,25	0	0	42,75
22	1	0	-0,25	45
23	0	0	-0,25	47,75
24	-2	0	-0,25	52
25	-4	0	1	.
26	-5,75	0	0	.

CUADRO N°9d / AÑO 2008 (BASE FÍSICA)

Ptje Pelec	Biología	Física	Química	Pcomun
-6	-0,5	0	-0,5	.
-5	-1,5	0	-1,5	.
-4	-1,5	0	-2,5	.
-3	-1,25	0	-3,5	.
-2	-1	0	-4,5	-11,75
-1	-0,5	0	-2,75	-8,25
0	-0,25	0	-1	-4,75
1	0,25	0	0,5	-1,25
2	0,5	0	1,5	2,25
3	0,5	0	2	4,75
4	0,25	0	2,25	7
5	0	0	2	9
6	0	0	2	11
7	-0,5	0	2	13,25
8	-0,75	0	2	15,5
9	-0,75	0	1,75	17,5
10	-1	0	1,5	19,5
11	-1,25	0	1,25	22
12	-1,25	0	1	24,5
13	-1,5	0	1	26,75
14	-1,75	0	0,75	29
15	-1,75	0	0,5	31
16	-2	0	0,5	33
17	-2	0	0,25	35
18	-1,75	0	0,25	36,75
19	-1,5	0	0,25	38,75
20	-1,25	0	0,25	41,25
21	-1,25	0	0,25	43,75
22	-1	0	0	46
23	-0,75	0	0	49
24	-0,5	0	0	51,75
25	-0,25	0	-2,75	.
26	-2,75	0	-3	.

**CUADRO N°9e / AÑO 2009 (BASE QUÍMICA)**

Ptje Pelec	Biología	Física	Química	Pcomun
-6	0,75	-0,5	0	.
-5	0,5	-1,5	0	.
-4	0,25	-2,5	0	.
-3	0	-3,5	0	.
-2	-0,25	-3,25	0	.
-1	-0,5	-1,25	0	-13,5
0	-0,75	0,75	0	-5,25
1	-1	1	0	3
2	-1,25	1	0	8
3	-1,75	0,75	0	11,75
4	-2	0,5	0	14,25
5	-2,25	0,5	0	17
6	-2,5	0	0	19,5
7	-2,5	-0,25	0	21,75
8	-2,75	-0,5	0	24,25
9	-3	-0,75	0	26,5
10	-3,25	-1	0	29
11	-3,25	-1,25	0	31,5
12	-3,25	-1,5	0	33,75
13	-3	-1,75	0	36
14	-3,25	-2	0	38
15	-3,25	-2,5	0	40
16	-3,25	-2,5	0	42
17	-3,25	-2,75	0	44
18	-3	-2,75	0	46,25
19	-2,75	-3	0	48,5
20	-2,5	-3,25	0	50
21	-2,5	-3	0	51,25
22	-2,25	-3	0	52,75
23	-1,25	-2	0	54
24	-0,25	-1	0	.
25	0,75	0	0	.
26	0	0	0	.

**CUADRO N°10 / CORRELACIONES ENTRE LOS PUNTAJES COMÚN Y ELECTIVO, POR AÑO Y MÓDULO ELECTIVO**

	Biología	Física	Química
<b>Admisión 2005</b>	0,824	0,845	0,856
<b>Admisión 2006</b>	0,818	0,835	0,873
<b>Admisión 2007</b>	0,839	0,838	0,877
<b>Admisión 2008</b>	0,878	0,868	0,897
<b>Admisión 2009</b>	0,841	0,875	0,877

# VI. Otras soluciones posibles

## VI.1. Método IRT

Una forma natural de abordar el problema asociado con el test de Ciencias es emplear métodos basados en el enfoque IRT. Estos métodos se basan en un alineamiento de escalas de los ítemes de las pruebas que permite situarlos a todos ellos en una métrica común. Una vez que este alineamiento de escalas es obtenido, se pueden calcular los puntajes de los examinados considerando el patrón de respuestas correctas, incorrectas y omitidas que presentan. La mayor dificultad práctica para aplicar esta metodología radica en que algunos ítemes (los de la parte electiva), solo son presentados a una parte de los examinados (quienes optan por dicha sección). Sin embargo, en la medida que existe una importante proporción de ítemes comunes, es posible situar la escala de todos los ítemes en la misma métrica. En términos prácticos, existen dos alternativas:

- a. Obtener los parámetros de los ítemes para cada una de las 3 configuraciones de las pruebas por separado, y luego combinar las tres soluciones en una escala común aplicando métodos establecidos (ver Kolen y Brennan, 2004). En este caso, se puede emplear cualquier programa computacional que permita calibrar ítemes binarios (como BILOG o PARSCALE), para calibrar los

ítemes de las tres configuraciones por separado (Parte común + Electiva de Biología; Parte común + Electiva de Física y Parte común + Electiva de Química).

- b.** Calibrar todos los ítemes en forma concurrente, empleando un software que permita distinguir entre ítemes omitidos e ítemes no presentados. Esto es importante para una prueba como la de ciencias, pues los ítemes que forman parte de las secciones electivas que un determinado alumno no responde (por ejemplo, los de la sección electiva de Química y Física para un alumno que ha optado por la sección electiva de Biología) no deben ser tratados como ítemes omitidos. El programa PARSCALE tiene esta capacidad, lo que permite estimar los parámetros de todos los ítemes (comunes y electivos de las tres secciones de esta prueba) en forma simultánea.

Los métodos IRT son considerados usualmente como un referente en los estudios de alineamiento de escalas, puesto que este enfoque se basa en asumir que todos los ítemes de una misma prueba pueden ser situados en una métrica común, de manera que distintos subconjuntos de ítemes de un mismo banco de preguntas pueden ser empleados para producir distintas formas, sin que ello afecte la obtención de un puntaje que sea comparable. El supuesto principal para emplear este enfoque es que el conjunto de ítemes que se analiza sea unidimensional. Aunque una prueba como la de ciencias pudiera ser vista como multidimensional, las altas correlaciones existentes entre la parte común y electiva para las tres versiones de la prueba, muestran que es posible tratar de obtener una solución conjunta para todos los ítemes de tal prueba.

En el caso de las PSU, se optó, al menos inicialmente, por no emplear el alineamiento de escalas IRT, pues este método no permite asociar un determinado puntaje total a un mismo puntaje estándar, en la medida que este enfoque pondera de distinta manera los ítemes. Sin embargo, para fines de su comparación con las soluciones obtenidas por otros métodos, se calibró la prueba de Ciencias empleando el segundo enfoque mencionado más arriba (calibración concurrente). Luego se calculó la correlación de Pearson entre el puntaje obtenido mediante este enfoque con el del método CCET, obteniéndose un índice de 0,96, lo que sugiere una muy alta consistencia entre ambas soluciones<sup>3</sup>.

## VI.2. Procedimiento propuesto por Hernández y Lacourly (2005)

Este procedimiento fue propuesto en Junio de 2005 como una alternativa al Método CCET. Se puede demostrar matemáticamente que el ordenamiento de los puntajes transformados producido por este método de alineamiento de escalas coincide exactamente con el producido por el denominado *chained equipercentile(CE)* (*equipercentil en cadena*) de Angoff (1971, 1984). Cabe destacar que los valores de los puntajes transformados no son directamente relevantes, pues los puntajes finales se calculan mediante un procedimiento de normalización, que solo depende del ordenamiento.

La idea básica es equiparar los puntajes totales de cada prueba con un valor en la escala de los puntajes comunes y luego normalizar conjuntamente

---

**3** Este cálculo corresponde a los de la admisión 2008. Con otros años los resultados son equivalentes.

estos puntajes. La equivalencia con el procedimiento del equipercentil en cadena es relevante, pues quedan inmediatamente a nuestra disposición los resultados en la literatura de alineamiento de escalas sobre este procedimiento, e.g., Kolen y Brennan (2004).

Un mérito del CE es que es sencillo de implementar y no requiere mayores supuestos estadísticos. Otros *métodos de equipercentil* más modernos tienen un mejor sustento teórico, pero ello se logra a expensas de imponer otros supuestos adicionales. Al igual que todos demás métodos de alineamiento de escalas basados en transformaciones de equipercentil, el CE altera los puntajes comunes, lo que aparece como contradictorio con IRT. Sin embargo, luego de aplicar este método, se obtuvo una muy alta correlación con el método CCET (0,99<sup>4</sup>), lo que indica que ambas soluciones producen ordenamientos de los postulantes que son prácticamente equivalentes.

---

4 Este resultado corresponde a los datos de la admisión 2008.



# VII. Conclusiones

---

- a. Las diferencias de habilidad en las poblaciones de postulantes que rinden los distintos módulos hacen inadecuada una normalización separada de cada uno.
- b. Por muy bueno que sea el diseño de los tests en la práctica es muy difícil construir los tres módulos electivos de modo que tengan la misma dificultad estadística. Esto es particularmente claro si se considera que las preguntas pertenecen a disciplinas distintas. Por otro lado, las poblaciones que rinden los distintos módulos tienen un comportamiento diferente. En consecuencia para tener en cuenta el principio de equidad es fundamental aplicar algún procedimiento de alineamiento de escalas a los puntajes de la prueba de Ciencias.
- c. El procedimiento de las curvas características empíricas CCET, utilizado desde el año 2005 se inspira en un enfoque del tipo IRT y su principal fortaleza es que no modifica los puntajes comunes. Por otra parte, las curvas características (suavizadas o no) son de fácil comprensión y permiten detectar inmediatamente diferencias de dificultad entre las pruebas. La elección de los nodos y del módulo base, así como el tratamiento de los valores extremos complican la automatización total del procedimiento.

- d.** En este informe se propone una variante del método CCET, denominada CCETM, que resulta menos sensible a la elección del módulo base, tiene una menor dependencia con respecto a la elección de los nodos y presenta menos problemas para los puntajes extremos. Aunque las correlaciones entre ambos procedimientos son muy altas, se recomienda considerar la posibilidad de utilizar CCET por CCETM en aplicaciones futuras. Aunque la elección de cuál usar no debiera tener mucho efecto, se puede producir un porcentaje reducido de casos anómalos que complican la aplicación del alineamiento de escalas.
- e.** El procedimiento propuesto por Hernández y Lacourly es equivalente al procedimiento clásico del equipercantil en cadena, por lo cual tiene la ventaja de estar estudiado en la literatura técnica y es relativamente sencillo de implementar. Sin embargo, la base del método está en contradicción con la teoría IRT y no es sencillo comunicar al público que el alineamiento de escalas utilizado no preserva los puntajes comunes.
- f.** Los métodos basados en el IRT tienen un mayor sustento teórico, son adaptables a situaciones más complejas. Una ventaja es que es un procedimiento estándar para el cual existe software disponible. Dos posibles desventajas son el grado de multidimensionalidad existente en la prueba (aunque no parece ser demasiado alto) y los requerimientos computacionales.
- g.** El método CCET tiene una alta concordancia con CE e IRT, medido a través de las correlaciones. Esto indica que lo importante es que se use alguno de ellos para alinear las escalas en la prueba de Ciencias, sin ser crucial cuál de ellos se utilice.

## Referencias

**Angoff, W. H. (1982).** Summary and derivation of escalamiento methods used at ETS. In P. W. Holland & D. B. Rubin (Eds.). *Test escalamiento* (pp. 55-69). New York: Academic Press

**Angoff, W.H.** Scales, Norms, and Equivalent Scores. In R.L. Thorrdyke (Ed.) *Educational Measurementd.* (2<sup>nd</sup> ed, pp 508-600). Wahington, D.C. American Council on Education , 1971. (reprinted as Angoff, W.H. Scales, Norms, and Equivalent Scores. Princeton, New Jersey: Educational Testing Services, 1984)

**Comité Técnico Asesor de la PSU H. Consejo de Rectores (2004)** Procedimiento de Escalamiento para la Prueba de Ciencias. Noviembre 2004

**Del Pino, G., Aravena, R., Janssen, R. y Manzi, J.** Obseved score escalamiento using empirical tests characteristic curves. Paper presented at the International Meeting of the Psychometric Society. Tilburg, Holanda, Julio 5-8, 2005

**Du Toit, M. (2003)** *IRT From SSI* Assesment Systems Corporation. St. Paul, Minessota , U.S.A.

**Hernández, G. y Lacourly, N.** Análisis Comparativo de los Métodos Utilizados para calcular el puntaje en la PSU Ciencias 2005. Informe Técnico. Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile.

**Dorans, N.J., Pommerich, M & Holland, P.W. (2007)** *Linking and Aligning Scores and Scales.* New York, Springer

**Holland & D. B. Rubin (Eds.) (1982).** *Test escalamiento* (pp. 55-69). New York: Academic Press.

**Janssen, R., Magis, D., San Martin, E., & Del Pino, G. (2009, April).** Local escalamiento in the NEAT design. Paper presented at the annual meeting of the National Council on Measurement in Education, San Diego, CA.

**Kolen, M. J., & Brennan, R. L. (2004).** *Test escalamiento, scaling, and linking: Methods and practices*. New York: Springer

**Lord, F. M., & Novick, M. R. (1968).** *Statistical theories of mental test scores*. Reading, MA: Addison Wesley

**Lord, F. M. (1980).** *Applications of item response theory to practical testing problems*. Hillsdale, NJ: Erlbaum

**Lord, F. M., & Wingersky, M. S. (1984).** Comparison of IRT true-score and equipercentile observed—score .escalamientos. *Applied Psychological Measurement*, 8, 452-461.

**Van der Linden, W. J. (2000).** A test-theoretic approach to observed-score escalamiento. *Psychometrika*, 65, 437-456.

**Van der Linden, W. J. (2006a).** Escalamiento error in observed-score escalamiento. *Applied Psychological Measurement*, 30, 355-378.

**Van der Linden, W. J. (2006b).** Escalamiento an adaptive test to a linear test. *Applied Psychological Measurement*, 30, 493-508.

**Von Davier, A. A, Holland, P.W., & Thayer, D. T. (2004).** *The kernel method of test equating*. New York: Springer.



# Anexo

---



## Descripción detallada del método de CCET

La estructura de la prueba de Ciencias, que incluye una sección común y tres módulos electivos, genera una situación conocida como *grupos no equivalentes con preguntas comunes*. Las opciones disponibles para establecer la equivalencia de puntajes con este diseño son múltiples, incluyendo métodos lineales (como los de Levine y de Tucker), no lineales (por ejemplo, variantes del equipercantil), y métodos IRT.

En este caso, se ha optado por desarrollar un método que es una variante de los métodos no lineales, donde se busca establecer las equivalencias de los puntajes de los módulos electivos condicionándolos a los rendimientos en el módulo común, dada la estructura que éste tiene. En este procedimiento, el puntaje final de la prueba de Ciencias es la suma del puntaje del módulo común (que no requiere transformación) más el del módulo electivo ajustado. Para obtener este último se emplea uno de los tres módulos electivos como referencia, truncando las soluciones al rango de valores posibles (de  $-6,5$  a 26 puntos).

### A.1. Modelos lineales por tramos

Sea  $x$  el puntaje común corregido y sea  $y$  el puntaje electivo corregido. Queremos expresar aproximadamente la media aritmética de  $y$  en función de  $x$ , separadamente para los módulos de Física, Química y Biología. La primera parte del proceso es ajustar *modelos lineales por tramos*, separadamente para las subpoblaciones que rinden cada módulo, lo que es realizable a través de una rutina de regresión múltiple.

Para definir los tramos se definen  $m$  nodos  $a_1, a_2, \dots, a_m$  en el eje  $x$  (equiespaciados o no). En la aplicación a la prueba de Ciencias, se restringe la atención a los valores de  $x$  entre  $-5$  y el puntaje máximo  $54$  en el módulo común (este valor puede disminuirse en caso que se elimine alguna pregunta). Hay que considerar que el ajuste del modelo lineal es sólo un paso intermedio para llevar a cabo el alineamiento de escalas, de modo que no es técnicamente necesario cubrir todo el espectro de puntajes.

El ajuste por mínimos cuadrados del modelo lineal por tramos se realiza usando cualquier rutina de regresión múltiple, como se indica a continuación:

- a. Definir, para  $j = 1, \dots, m$ , las variables

$$Z_j = 0 \text{ si } x \leq a_j, Z_j = x - a_j, \text{ si } a_j < x < a_{j+1}, y Z_j = a_{j+1} - a_j, \text{ si } x \geq a_{j+1}$$

- b. Ajustar el modelo

$$y(x) = \alpha + \sum_{j=1}^m \beta_j Z_j \quad (1)$$

a los datos, separadamente para los tres módulos.

Para no complejizar la notación, en lo sucesivo los valores de  $\alpha$  y de los  $\beta_k$  se refieren a los valores estimados.

1. La experiencia con los procesos de admisión 2005 a 2009 muestra que es preferible no fijar a priori los nodos, aún cuando el efecto de esta elección es típicamente pequeño.

2. En el improbable caso que algún coeficiente  $\beta_k$  resultase negativo, basta eliminar un nodo intermedio y volver a ajustar el modelo. En caso necesario se repite el proceso. Lo mismo habría que hacer en la situación altamente hipotética en que no haya ningún puntaje en uno de los tramos. En general, estos problemas surgen cuando se eligen demasiados nodos.

## A.2. Interpolación

Para un puntaje electivo dado,  $y = y_0$  se desea encontrar la solución  $x_0$  de la ecuación  $y(x) = y_0$ . Para ello, definimos las constantes

$$D_k = a_{k+1} - a_k, k=1, \dots, m-1$$

$$\delta_j = \alpha, \delta_j = \delta_j + \beta_j D_j, j = 1, \dots, m-1$$

La solución a esta ecuación existe para el intervalo  $\delta_1 < y_0 < \delta_m$ , el cual depende en parte de la elección de los nodos. Para obtener la solución se procede como sigue:

- a. Encontrar el valor  $r$  que satisfaga la condición  $\delta_r < y_0 < \delta_{r+1}$ . Esto equivale a identificar el intervalo dentro del cual la CCE alcanza el valor  $y_0$ .
- b. Resolver la ecuación

$$\delta_r + \beta_r(x - a_r) = y_0, \tag{2}$$

Esto equivale a encontrar un valor aproximado del puntaje común, para el cual la CCE base alcance el puntaje electivo especificado. La solución es

$$x_0 = a_r + (y_0 - \delta_r) / \beta_r \quad (3)$$

Al igual que en el caso del ajuste del modelo lineal, la interpolación es nuevamente un paso intermedio para llegar al alineamiento de escalas. En este sentido, nunca es necesario hacer la interpolación fuera del rango  $\delta_l < y_0 \leq \delta_m$ , de modo que siempre existe solución para los efectos del alineamiento de escalas. Es importante recordar en lo que sigue que el puntaje electivo  $y_0$ , es prespecificado y que es el puntaje común  $x_0$  el que se desea encontrar.

Todo lo anterior es aplicable a cualquiera de los módulos, y en particular al módulo base. Para referirnos a valores o parámetros asociados con el módulo base usaremos el superíndice *Base* en lo que sigue.

### A.3. El procedimiento de alineamiento de escalas CCE2

Aplicando (3) al módulo base se obtiene

$$x_0^{Base} = a_r^{Base} + (y_0 - \delta_r^{Base}) / \beta_r^{Base} \quad (4)$$

y de aquí

$$\delta_r^{Base} + \beta_r^{Base} (x_0^{Base} - a_r^{Base}) = y_0 \quad (5)$$

Sustituyendo (4) en (5) se llega a la relación lineal

$$y^{Base}(x_0) = \delta_r^{Base} + \beta_r^{Base} (y_0 - \delta_r) / \beta_r \quad (5)$$

que se puede reescribir en la forma

$$(y^{Base}(x_0) - \delta_r^{Base}) / \beta_r^{Base} = (y(x_0) - \delta_r) / \beta_r \quad (6)$$

lo que se puede interpretar como una simple interpolación lineal.

En el caso especial en que para algún módulo y para cierto  $r$  se cumpla  $\beta_r = \beta_r^{Base}$ , la CCET de dicho módulo es paralela a la CCET del módulo base en el tramo  $[a_k, a_{k+1}]$ . Por la descripción del ajuste la distancia verticales entre estos dos segmentos paralelos (en el tramo indicado) están dadas por  $\Delta = \delta_r^{Base} - \delta_r$ , lo que coincide con lo que se obtiene directamente a partir de (6).

#### A.4. Tratamiento de los valores extremos

El procedimiento descrito en la sección anterior no entrega directamente las correcciones aditivas fuera del rango  $\delta_1 < y_0 \leq \delta_m$ , donde estas constantes son distintas para los módulos que no son el de referencia. Es necesario así establecer como se les trata. Se propone el siguiente procedimiento.

- a. Para puntajes inferiores a  $\delta_1$ , se aplica la corrección aditiva calculada para el tramo delimitado por los dos primeros nodos.

- b. Para puntajes superiores a  $\delta_m$  se aplica la corrección aditiva calculada para el tramo delimitado por los dos últimos nodos.
  
- c. Los valores transformados por el procedimiento de alineamiento de escalas deben mantenerse dentro del rango de valores posibles, es decir, de  $-6,5$  a  $26$ . Valores inferiores a  $-6,5$  se truncan en  $-6,5$  y los superiores a  $26$  puntos, se truncan en  $26$ .

Vale la pena recordar que los puntajes transformados de los módulos electivos deben sumarse al puntaje común, lo que tiende a atenuar el efecto de los valores extremos. Por otra parte, luego de aplicar el proceso habitual de normalización para obtener los puntajes finales, es de todas maneras necesario corregir adicionalmente los valores extremos para limitar los puntajes estándar al rango establecido, entre  $150$  y  $850$  puntos. Si bien el tratamiento de los puntajes bajos carece de importancia práctica, el de los puntajes altos es más delicado, pues puede incidir en quienes obtengan *puntajes nacionales* (puntaje más alto en la prueba de Ciencias).



## Consejo Directivo

para las Pruebas de Selección  
y Actividades de Admisión del H. Consejo de  
Rectores de las Universidades Chilenas.

---

**Rector Víctor Pérez Vera**, Universidad de Chile

**Rector Ignacio Sánchez Díaz**, P.Universidad Católica de Chile

**Rector Juan Zolezzi Cid**, Universidad de Santiago de Chile

**Rector Misael Camus Ibacache**, Universidad Católica del Norte

**Rector José Valdivieso Rodríguez**, Universidad Católica del Maule

## Comité Técnico Asesor

del Consejo Directivo

---

Sr. **David Bravo Urrutia**, Presidente

Srta. **Graciela Donoso Retamales**

Sr. **Guido del Pino Manresa**

Sr. **Jorge Manzi Astudillo**

Sr. **Manuel Martínez Martínez**

Sr. **Raúl Pizarro Sánchez**